

MATEMATYKA

Tematy pisemnego egzaminu dojrzałości obowiązujące we wszystkich typach szkół średnich za wyjątkiem klas, w których realizowany był program dla profilu matematyczno-fizycznego w dniu 7 maja 2003 roku o godzinie 9⁰⁰.

Zadanie 1

Punkt $P = \left(\frac{m}{2}, \frac{m}{2}\right)$ leży na prostej l nachylonej do osi OX pod kątem 135° . Prosta k przechodzi przez wierzchołek paraboli $y = mx^2 - 2mx + 1$ oraz przez punkt, w którym ta parabola przecina oś OY . Oblicz, dla jakich wartości m suma kwadratów współrzędnych punktu przecięcia się prostych l i k jest równa 5?

Zadanie 2

Z terenu przeznaczonego pod zabudowę należy wydzielić prostokątną działkę budowlaną, na ogrodzenie której przeznaczono 1200 m siatki. Oblicz, jakie powinny być wymiary boków tej działki, by jej powierzchni była największa. O ile arów zmniejszyłaby się powierzchnia tej działki, gdyby do ogrodzenia wykorzystać tę samą siatkę, a długości boków działki różniłyby się o 50 m?

Zadanie 3

Długość krawędzi podstawy w ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym to 20% wartości wyrażenia $-5 + 3^0 \cdot 3^3 + (\sqrt{7} - 3)(\sqrt{7} + 3)$. Kąt nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy ma miarę równą 60° . Sporządź odpowiedni rysunek i oblicz:

- objętość ostrosłupa
- pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

Zadanie 4

W szkolnym magazynie sportowym w jednym z pojemników były tylko piłki do gry w koszykówkę – 6 nowych i 4 używane. Do pierwszej gry wzięto losowo z tego pojemnika 2 piłki i po grze włożono je do niego z powrotem. Do drugiej gry wzięto losowo z tego pojemnika 3 piłki. Oblicz jakie jest prawdopodobieństwo, że wszystkie piłki wzięte do drugiej gry były nowe (wcześniej nieużywane)?

Zadanie 5

W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są $a_1 = 1$, $n = 9$, $S_n = 369$. W rosnącym ciągu geometrycznym (b_n) wyrazy pierwszy i dziewiąty są takie same, jak w ciągu (a_n) .

- Napisz wzór ogólny na n -ty wyraz ciągu (a_n) i (b_n) , oraz sporządź wykres ciągu geometrycznego (b_n) dla $n \in N_+ \wedge n \leq 5$.

b*) Wyznacz ciąg geometryczny, w którym każdy wyraz tego ciągu, poczynając od wyrazu trzeciego, równy jest sumie dwóch wyrazów poprzednich.