

## Poziom rozszerzony

### Zad. 1

Wyznacz zbiór  $A \cap B$  jeśli:

$$A = \{x : x \in \mathbb{R} \wedge \sqrt{x^2 - 2x + 1} \leq 1\}$$

$$B = \{x : x \in \mathbb{R} \wedge 2 \cos^2 x \cos x \wedge x \in \langle 0, \pi \rangle\}$$

### Zad. 2

Napisz równania stycznych do okręgu  $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$  poprowadzonych w punktach przecięcia się tego kręgu z prostą  $x - y + 2 = 0$ . Oblicz pole czworokąta, którego wierzchołkami są punkty styczności, środek okręgu oraz punkt przecięcia się stycznych.

### Zad. 3

Tworząca stożka ma długość  $l$  i jest nachylona do podstawy pod kątem  $\alpha$ . Stożek przecięto płaszczyzną prostą do wysokości tak, że pole powierzchni bocznej stożka zostało podzielone na dwie równe części. Oblicz wysokość otrzymanego stożka ściętego.

### Zad. 4

Trzy pierwiastki wielomianu o współczynnikach całkowitych tworzą ciąg arytmetyczny. Ich suma wynosi 21, a iloczyn 315. Wykaż, że dla każdej całkowitej liczby nieparzystej wielomian ten przyjmuje wartość podzielną przez 48.

### Zad. 5

Dane są równania prostych:  $3x + 5y - 19 = 0$  i  $3x - 9y + 51 = 0$  zawierających boki równoległoboku oraz równanie jednej z przekątnych:  $3x - 2y - 5 = 0$ .

- wyznacz współrzędne wierzchołków równoległoboku,
- napisz równanie drugiej przekątnej,
- oblicz pole równoległoboku.

### Zad. 6

Dla jakich wartości parametru  $k$  istnieją dwa różne pierwiastki rzeczywiste równania:

$$x^2 - (k + 7)x + k + 6 = 0 \text{ spełniające nierówność } (x_1 + x_2)^2 \geq 6x_1x_2 - 2$$

### Zad. 7

Z podanego równania  $\frac{3}{x+1} + \frac{1}{y-3} = 1$  wyznacz  $y$  jako funkcję  $f$  zmiennej  $x$  i narysuj wykres funkcji

$y = |f(x)|$ . Na podstawie wykresu przedyskutuj istnienie i liczbę rozwiązań równania  $|f(x)| = m$ , w zależności od parametru  $m$ .

### Zad. 8

Wyznacz wszystkie wartości  $x$ , dla których liczby:  $1, \log_2(2^x - 2), \log_2(2^x + 10)$  są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego.

### Zad. 9

Rzucamy pięć razy symetryczną kostką sześcienną. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że „jedynek” wypadnie co najmniej cztery razy.

### Zad. 10

Rozwiąż równanie:  $\log_3(x+3) + \log_3(x-1) = 2\log_3 x - \log_3 1$ .