

Arkusz matury wewnętrznej – poziom rozszerzony

- Smok ma 2000 głów. Rycerz jednym cięciem może ściąć 33, 21, 17 lub 1 głowę. Smokowi odrasta wtedy odpowiednio 48, 0, 14 i 349 głów. Smok zostanie zabity, gdy zostaną ścięte wszystkie głowy. Czy jeden rycerz jest w stanie zabić smoka ?
- Podaj dokładny czas, w którym wskazówki zegara (godzinowa i minutowa) pokrywają się między godziną pierwszą i drugą.
- W prostokącie ABCD środek boku AB połączono z wierzchołkiem D, a środek boku CD z wierzchołkiem B. Uzasadnij, że odcinki DE i BF dzielą przekątną AC na trzy równe części.
- Zbadać, który z ułamków jest większy
$$A = \frac{5678901234}{6789012345} \quad \text{czy} \quad B = \frac{5678901235}{6789012346}$$
- Długość prostokąta powiększono o $k\%$, szerokość zmniejszono o $k\%$ i otrzymano prostokąt o polu o 16% mniejszym od pola pierwotnego prostokąta. Oblicz k .
- Papier drukarski jest przycinany w ten sposób, że złożony prostokątny arkusz dowolnego formatu na pół wzdłuż linii równoległej do krótszego boku otrzymamy prostokąt podobny do poprzedniego. Oblicz stosunek długości do szerokości znormalizowanego arkusza papieru.
- Prosta równoległa do boku trójkąta dzieli ten trójkąt na figury o równych polach. Oblicz stosunek długości odcinków, na jakie ta prosta dzieli boki trójkąta.
- Z pierwszej beczki napełnionej wodą przelano część do drugiej beczki napełniając ją. W pierwszej beczce pozostało $\frac{3}{5}$ objętości wody. Gdy wodą z drugiej beczki napełniono trzecią, w drugiej zostało $\frac{1}{6}$ jej objętości. Z kolei z pierwszej beczki dopełniono wodą beczkę drugą i wtedy w pierwszej beczce zostało 160 litrów wody. Jaka pojemność miała każda beczka ?
- Stół bilardowy ma wymiary $AB=2,5\text{m} \times BC=1,5\text{m}$. Kula leży przy dłuższej bandzie w punkcie K odległym od punktu B o 1m. Bilardzista chce uderzyć bilę tak, aby po odbiciu od Bang BC, CD, DA wpadła do środkowej łuzi znajdującej się w połowie bandy AB. Pod jakim kątem bilardzista powinien uderzyć bilą w bandę BC ?
- Wykaż, że jeśli w trójkącie zachodzi związek $\sin \alpha = \frac{\sin \beta + \sin \gamma}{\cos \beta + \cos \gamma}$, to trójkąt jest prostokątny.