

Agnieszka Kamińska
Dorota Ponczek

Program nauczania
matematyki
dla liceum/technikum
MATeMATyka



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.
Warszawa 2019

Spis treści

Podstawa programowa kształcenia ogólnego dla czteroletniego liceum ogólnokształcącego i pięcioletniego technikum. Matematyka.....	3
Treści nauczania – wymagania szczegółowe.....	5
Wstęp do programu nauczania	18
Podział treści nauczania i wymagania szczegółowe w poszczególnych klasach.....	23
Propozycja metod kontroli i oceny osiągnięć.....	58
Osiągnięcia konieczne absolwenta szkoły liceum/technikum.....	63
Ramowy rozkład materiału w liceum.....	65
Ramowy rozkład materiału w technikum	68

Podstawa programowa kształcenia ogólnego dla czteroletniego liceum ogólnokształcącego i pięcioletniego technikum.

Matematyka

Kształcenie ogólne w szkole ponadpodstawowej tworzy programowo spójną całość i stanowi fundament wykształcenia, umożliwiając zdobycie zróżnicowanych kwalifikacji zawodowych, a następnie ich doskonalenie lub modyfikowanie, otwierając proces uczenia się przez całe życie. Celem kształcenia ogólnego w liceum ogólnokształcącym i technikum jest:

- 1) traktowanie uporządkowanej, systematycznej wiedzy jako podstawy kształtowania umiejętności;
- 2) doskonalenie umiejętności myślowo-językowych, takich jak: czytanie ze zrozumieniem, pisanie twórcze, formułowanie pytań i problemów, posługiwanie się kryteriami, uzasadnianie, wyjaśnianie, klasyfikowanie, wnioskowanie, definiowanie, posługiwanie się przykładami;
- 3) rozwijanie osobistych zainteresowań ucznia i integrowanie wiedzy przedmiotowej z różnych dyscyplin;
- 4) zdobywanie umiejętności formułowania samodzielnych i przemyślanych sądów, uzasadniania własnych i cudzych sądów w procesie dialogu we wspólnocie dociekającej;
- 5) łączenie zdolności krytycznego i logicznego myślenia z umiejętnościami wyobrazeniowo-twórczymi;
- 6) rozwijanie wrażliwości społecznej, moralnej i estetycznej;
- 7) rozwijanie narzędzi myślowych umożliwiających uczniom obcowanie z kulturą i jej rozumienie;
- 8) rozwijanie u uczniów szacunku dla wiedzy, wyrabianie pasji poznawania świata i zachęcanie do praktycznego zastosowania zdobytych wiadomości.

Do najważniejszych umiejętności zdobywanych przez ucznia w trakcie kształcenia ogólnego w liceum ogólnokształcącym i technikum należą:

- 1) myślenie – rozumiane jako złożony proces umysłowy, polegający na tworzeniu nowych reprezentacji za pomocą transformacji dostępnych informacji, obejmującej interakcję wielu operacji umysłowych: wnioskowanie, abstrahowanie, rozumowanie, wyobrażanie sobie, sądzenie, rozwiązywanie problemów, twórczość. Dzięki temu, że uczniowie szkoły ponadpodstawowej uczą się równocześnie różnych przedmiotów, możliwe jest rozwijanie następujących typów myślenia: analitycznego, syntetycznego, logicznego, komutacyjnego, przyczynowo-skutkowego, kreatywnego, abstrakcyjnego; zachowanie ciągłości kształcenia ogólnego rozwija zarówno myślenie percepcyjne, jak i myślenie pojęciowe. Synteza obu typów myślenia stanowi podstawę wszechstronnego rozwoju ucznia;
- 2) czytanie – umiejętność łącząca zarówno rozumienie sensów, jak i znaczeń symbolicznych wypowiedzi; kluczowa umiejętność lingwistyczna i psychologiczna prowadząca do rozwoju osobowego, aktywnego uczestnictwa we wspólnocie, przekazywania doświadczeń między pokoleniami;
- 3) umiejętność komunikowania się w języku ojczystym i w językach obcych, zarówno w mowie, jak i w piśmie, to podstawowa umiejętność społeczna, której podstawą jest znajomość norm językowych oraz tworzenie podstaw porozumienia się w różnych sytuacjach komunikacyjnych;
- 4) kreatywne rozwiązywanie problemów z różnych dziedzin ze świadomym wykorzystaniem metod i narzędzi wywodzących się z informatyki, w tym programowanie;

- 5) umiejętność sprawnego posługiwania się nowoczesnymi technologiami informacyjno-komunikacyjnymi, w tym dbałość o poszanowanie praw autorskich i bezpieczne poruszanie się w cyberprzestrzeni;
- 6) umiejętność samodzielnego docierania do informacji, dokonywania ich selekcji, syntezy oraz wartościowania, rzetelnego korzystania ze źródeł;
- 7) nabywanie nawyków systematycznego uczenia się, porządkowania zdobytej wiedzy i jej pogłębiania;
- 8) umiejętność współpracy w grupie i podejmowania działań indywidualnych.

Cele kształcenia – wymagania ogólne

I. Sprawność rachunkowa.

Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.
2. Używanie języka matematycznego do tworzenia tekstów matematycznych, w tym do opisu prowadzonych rozumowań i uzasadniania wniosków, a także do przedstawiania danych.

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.
2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.
3. Tworzenie pomocniczych obiektów matematycznych na podstawie istniejących, w celu przeprowadzenia argumentacji lub rozwiązania problemu.
4. Wskazywanie konieczności lub możliwości modyfikacji modelu matematycznego w przypadkach wymagających specjalnych zastrzeżeń, dodatkowych założeń, rozważenia szczególnych uwarunkowań.

IV. Rozumowanie i argumentacja.

1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkietapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.
2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.
3. Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów, tworzenie ciągu argumentów, gwarantujących poprawność rozwiązania i skuteczność w poszukiwaniu rozwiązań zagadnienia.
4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

ZAKRES PODSTAWOWY	ZAKRES ROZSZERZONY
I. Liczby rzeczywiste. Uczeń:	
<p>1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;</p> <p>2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia nie trudniejsze niż: dowód podzielności przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych, dowód własności: jeśli liczba przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, to jej trzecia potęga przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2;</p> <p>3) stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;</p> <p>4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;</p> <p>5) stosuje własności monotoniczności potęgowania, w szczególności własności: jeśli $x < y$ oraz $a > 1$, to $a^x < a^y$, zaś gdy $x > y$ i $0 < a < 1$, to $a^x > a^y$;</p> <p>6) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;</p> <p>7) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności typu: $x + 4 = 5$, $x - 2 < 3$, $x + 3 \geq 4$;</p> <p>8) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów;</p> <p>9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu.</p>

II. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:

- 1) stosuje wzory skróconego mnożenia na:
 $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $a^2 - b^2$, $(a+b)^3$, $(a-b)^3$, $a^3 - b^3$, $a^n - b^n$;
- 2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;
- 3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej;
- 4) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów, w przypadkach nie trudniejszych niż rozkład wielomianu
 $W(x) = 2x^3 - \sqrt{3}x^2 + 4x - 2\sqrt{3}$;
- 5) znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych;
- 6) dzieli wielomian jednej zmiennej $W(x)$ przez dwumian postaci $x - a$;
- 7) mnoży i dzieli wyrażenia wymierne;
- 8) dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, w przypadkach nie trudniejszych niż:
 $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$, $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$, $\frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}$.

- spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:
- 1) znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych;
 - 2) stosuje podstawowe własności trójkąta Pascala oraz następujące własności współczynnika dwumianowego (symbolu Newtona):
 $\binom{n}{0} = 1$, $\binom{n}{1} = n$, $\binom{n}{n-1} = n$, $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$, $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$;
 - 3) korzysta ze wzorów na: $a^3 + b^3$, $(a+b)^n$ i $(a-b)^n$.

III. Równania i nierówności. Uczeń:

- 1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny;
- 2) interpretuje równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe;
- 3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą;
- 4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe;
- 5) rozwiązuje równania wielomianowe, które dają się doprowadzić do równania kwadratowego, w szczególności równania dwukwadratowe;
- 6) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;
- 7) rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{V(x)}{W(x)} = 0$, gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ są zapisane w postaci iloczynowej.

- spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:
- 1) rozwiązuje nierówności wielomianowe typu: $W(x) > 0$, $W(x) \geq 0$, $W(x) < 0$, $W(x) \leq 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;
 - 2) rozwiązuje równania i nierówności wymierne nie trudniejsze niż:
 $\frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$;
 - 3) stosuje wzory Viète'a dla równań kwadratowych;
 - 4) rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o stopniu trudności nie większym niż
 $2|x+3| + 3|x-1| = 13$, $|x+2| + 2|x-3| < 11$;

	5) analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których rozwiązania mają żądaną własność, i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów.
IV. Układy równań. Uczeń:	
<p>1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;</p> <p>2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych;</p> <p>3) rozwiązuje metodą podstawiania układy równań, z których jedno jest liniowe, a drugie kwadratowe, postaci $\begin{cases} ax + by = e \\ x^2 + y^2 + cx + dy = f \end{cases}$ lub $\begin{cases} ax + by = e \\ y = cx^2 + dx + e \end{cases}$.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) rozwiązuje układy równań kwadratowych postaci $\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + by = c \\ x^2 + y^2 + dx + ey = f \end{cases}$.</p>
V. Funkcje. Uczeń:	
<p>1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);</p> <p>2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;</p> <p>3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów np., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;</p> <p>4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;</p> <p>5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ rysuje wykres funkcji $y = f(x)$;</p> <p>2) posługuje się złożeniami funkcji;</p> <p>3) dowodzi monotoniczności funkcji zadanej wzorem, jak w przykładzie: wykaż, że funkcja $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ jest monotoniczna w przedziale $(-\infty, -2)$.</p>

<p>6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;</p> <p>7) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem;</p> <p>8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje);</p> <p>9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;</p> <p>10) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;</p> <p>11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym;</p> <p>12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$, $y = f(-x)$, $y = -f(x)$;</p> <p>13) posługuje się funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych;</p> <p>14) posługuje się funkcjami wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi.</p>	
VI. Ciągi. Uczeń:	
<p>1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;</p> <p>2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie, jak w przykładach:</p> $\text{a) } \begin{cases} a_1 = 0,001 \\ a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2} a_n (1 - a_n) \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 1 \\ a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \end{cases}$ <p>3) w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący;</p> <p>4) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;</p> <p>5) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}$, $\sqrt[n]{a}$ oraz twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach;</p> <p>2) rozpoznaje zbieżne szeregi geometryczne i oblicza ich sumę.</p>

<p>6) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;</p> <p>7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.</p>	
<p>VII. Trygonometria. Uczeń:</p>	
<p>1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180°, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°;</p> <p>2) znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora;</p> <p>3) znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżoną wartość kąta, jeśli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej;</p> <p>4) korzysta z wzorów $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$;</p> <p>5) stosuje twierdzenia sinusów i cosinusów oraz wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$;</p> <p>6) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty).</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;</p> <p>2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus, tangens;</p> <p>3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;</p> <p>4) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych;</p> <p>5) korzysta z wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje trygonometryczne kątów podwojonych;</p> <p>6) rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne o stopniu trudności nie większym niż w przykładach: $4\cos 2x \cos 5x = 2 \cos 7x + 1$, $2 \sin^2 x \leq 1$.</p>
<p>VIII. Planimetria. Uczeń:</p>	
<p>1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;</p> <p>2) rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (np. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok;</p> <p>3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;</p> <p>4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach;</p> <p>5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych;</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) stosuje własności czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu.</p>

<p>6) stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu; 7) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa, o dwusiecznej kąta oraz o kącie między styczną a cięciwą; 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów; 9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych; 10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności; 11) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur; 12) przeprowadza dowody geometryczne.</p>	
IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń:	
<p>1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje; 2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu); 3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych; 4) posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$; 5) oblicza odległość punktu od prostej; 6) znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej; 7) wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych).</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) stosuje równanie okręgu w postaci ogólnej; 2) znajduje punkty wspólne dwóch okręgów; 3) zna pojęcie wektora i oblicza jego współrzędne oraz długość, dodaje wektory i mnoży wektor przez liczbę, oba te działania wykonuje zarówno analitycznie, jak i geometrycznie</p>

X. Stereometria. Uczeń:	
<p>1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;</p> <p>2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;</p> <p>3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów;</p> <p>4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;</p> <p>5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;</p> <p>6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;</p> <p>7) wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i o trzech prostopadłych;</p> <p>2) wyznacza przekroje sześciangu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii.</p>
XI . Kombinatoryka. Uczeń:	
<p>1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;</p> <p>2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności w sytuacjach nie trudniejszych niż:</p> <p>a) obliczenie, ile jest czterocyfrowych nieparzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 1 i dokładnie jedna cyfra 2,</p> <p>b) obliczenie, ile jest czterocyfrowych parzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 0 i dokładnie jedna cyfra 1.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji, również w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów;</p> <p>2) stosuje współczynnik dwumianowy (symbol Newtona) i jego własności przy rozwiązywaniu problemów kombinatorycznych.</p>
XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Uczeń:	
<p>1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym;</p> <p>2) stosuje skalę centylową;</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) oblicza prawdopodobieństwo warunkowe i stosuje wzór Bayesa, stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym;</p>

<p>3) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę;</p> <p>4) oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych;</p> <p>5) oblicza wartość oczekiwaną, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach</p>	<p>2) stosuje schemat Bernoullego.</p>
<p>XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy. Uczeń:</p>	
<p>1) rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.</p>	<p>Spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) oblicza granice funkcji (w tym jednostronne);</p> <p>2) stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i znajdowania przybliżonej wartości miejsca zerowego;</p> <p>3) stosuje definicję pochodnej funkcji, podaje interpretację geometryczną i fizyczną pochodnej;</p> <p>4) oblicza pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym oraz oblicza pochodną, korzystając z twierdzeń o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu i funkcji złożonej;</p> <p>5) stosuje pochodną do badania monotoniczności funkcji;</p> <p>6) rozwiązuje zadania optymalizacyjne z zastosowaniem pochodnej.</p>

Warunki i sposób realizacji

Korelacja. Ze względu na użyteczność matematyki i jej zastosowania w szkolnym nauczaniu fizyki, informatyki, geografii i chemii zaleca się zrealizować treści nauczania określone w działach: I pkt 9 (logarytmy) i w miarę możliwości V pkt 14, V pkt 1 (pojęcie funkcji) i V pkt 5 (funkcje liniowe) w pierwszym półroczu klasy pierwszej, zaś treści nauczania określone w działach: V pkt 11 (funkcje kwadratowe) i V pkt 13 (proporcjonalność odwrotna) nie później niż do końca klasy pierwszej. Treści nauczania określone w dziale VI pkt 2 (obliczanie początkowych wyrazów ciągów określonych rekurencyjnie) można realizować w korelacji z analogicznym zagadnieniem podstawy programowej z informatyki.

Oznaczenia. Uczniowie powinni używać powszechnie przyjętego oznaczenia zbiorów liczbowych, a w szczególności: dla liczb całkowitych symbolu **Z**, dla liczb wymiernych – **Q**, dla liczb rzeczywistych – **R**.

Przedziały. Uczeń powinien wykorzystywać przedziały do opisu zbioru rozwiązań nierówności. Najważniejsza w odpowiedzi jest jej poprawność. Na przykład rozwiązanie nierówności $x^2 - 9x + 20 > 0$ może być zapisane na każdy z poniższych sposobów:

- rozwiązaniem nierówności może być każda liczba x , która jest mniejsza od 4 lub większa od 5;
- rozwiązaniami są wszystkie liczby x mniejsze od 4 i wszystkie liczby x większe od 5;
- $x < 4$ lub $x > 5$;
- $x \in (-\infty, 4)$ lub $x \in (5, \infty)$;
- $x \in (-\infty, 4) \cup (5, \infty)$.

Zastosowania logarytmów. Przy nauczaniu logarytmów warto podkreślić ich zastosowania w wyjaśnianiu zjawisk przyrodniczych, których przebieg opisuje funkcja logarymiczna. Procesy takie zachodzą, gdy w przedziale czasowym pewna wielkość zawsze rośnie (lub maleje) ze stałą krotnością. Poniższe przykładowe zadania ilustrują zastosowania logarytmu.

Z1. Skala Richtera służy do określenia siły trzęsień ziemi. Siła ta opisana jest wzorem $R = \log \frac{A}{A_0}$, gdzie A oznacza amplitudę trzęsienia wyrażoną w centymetrach, $A_0 = 10^{-4}$ cm jest stałą, nazywaną amplitudą wzorcową. 25 kwietnia 2015 r. w Nepalu miało miejsce trzęsienie ziemi o sile 7,8 w skali Richtera. Oblicz amplitudę tego trzęsienia ziemi.

Z2. Chory przyjął dawkę 100 mg leku. Masę tego leku pozostałą w organizmie po czasie t określa zależność $M(t) = a \cdot b^t$. Po pięciu godzinach organizm usuwa 30% leku. Oblicz, ile leku pozostanie w organizmie chorego po upływie doby.

Postać kanoniczna. Przy omawianiu funkcji kwadratowej podkreślać należy znaczenie postaci kanonicznej i wynikających z tej postaci własności. Warto zwrócić uwagę, że wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego oraz na współrzędne wierzchołka paraboli są jedynie wnioskami z postaci kanonicznej. Wiele zagadnień związanych z funkcją kwadratową daje się rozwiązać bezpośrednio z tej postaci, bez mechanicznego stosowania wzorów. W szczególności postać kanoniczna pozwala znajdować najmniejszą lub największą wartość funkcji kwadratowej, a także oś symetrii jej wykresu.

Złożenia funkcji i funkcje odwrotne. Definicja funkcji złożonej pojawia się dopiero w zakresie rozszerzonym, ale już w zakresie podstawowym oczekuje się od ucznia umiejętności operowania równocześnie danymi zaczerpniętymi z kilku źródeł. Nie wymaga to jednak formalnego wprowadzenia operacji złożenia czy odwracania funkcji.

Przekształcenia równoważne. W trakcie rozwiązywania równań i nierówności należy zwracać uwagę, że obok metody przekształceń równoważnych można stosować metodę wnioskowania (metoda analizy starożytnych). Po wyznaczeniu potencjalnego zbioru rozwiązań następuje sprawdzenie, które z wyznaczonych wartości istotnie są rozwiązaniami. W wielu sytuacjach nie warto domagać się przekształceń równoważnych, gdy metoda wnioskowania prowadzi do szybkich rezultatów. Ponadto uczniowie powinni wiedzieć, że uprawnioną metodą dowodzenia jest równoważne przekształcanie tezy.

Zastosowania algebry. Warunkiem powodzenia procesu nauczania matematyki jest sprawne posługiwanie się wyrażeniami algebraicznymi. Metody algebraiczne często dają się stosować w sytuacjach geometrycznych i na odwrót – ilustracja geometryczna pozwala lepiej zrozumieć zagadnienia algebraiczne.

Ciągi. Zagadnienie to należy omawiać tak, by uczniowie zdali sobie sprawę, że poza ciągami arytmetycznymi i geometrycznymi istnieją też inne. Podobnie należy podkreślić, że poza ciągami niemalejącymi, rosnącymi, nierosnącymi, malejącymi i stałymi istnieją też takie, które nie są monotoniczne. Warto zwrócić uwagę uczniów, że niektóre ciągi opisują dynamikę procesów występujących w przyrodzie bądź społeczeństwie. Przykładowo podany w dziale VI pkt 2 lit. A ciąg opisuje szybkość rozprzestrzeniania się plotki (liczba a_n podaje, ile osób o plotce słyszało). Podobny model może być użyty do opisu rozprzestrzeniania się epidemii.

Granica ciągu. Przed sformułowaniem definicji granicy ciągu warto zadawać uczniom pytania w rodzaju: czy istnieje taka liczba naturalna k , że dla każdej liczby naturalnej n większej od k zachodzi nierówność $\frac{1}{3} < \frac{n}{2n+1} < \frac{2}{3}$? Twierdzenie o trzech ciągach także wspiera budowanie intuicji granicy ciągu. Obliczanie granic ciągów warto poprzedzić wykorzystaniem programów komputerowych do rysowania wykresów ciągów. Dokładniejsze obliczenia ułatwią w odpowiednio dobranych przykładach formułowanie hipotez na temat istnienia wartości granicy ciągu.

Planimetria. Rozwiązywanie klasycznych problemów geometrycznych jest skutecznym sposobem kształtowania świadomości matematycznej. Uczniowie, którzy rozwiązują zadania konstrukcyjne, nabywają przez to wprawy w rozwiązywaniu zadań geometrycznych różnego typu, na przykład uczeń z łatwością przyswoi własności okręgów wpisanych w trójkąt czy czworokąt, jeśli potrafi skonstruować te figury. Nauczanie konstrukcji geometrycznych można przeprowadzać w sposób klasyczny, za pomocą linijki i cyrkla, można też używać specjalistycznych programów komputerowych, takich jak np. GeoGebra.

Dwumian Newtona. Ważne jest, żeby przy okazji nauczania wzoru na $\binom{n}{k}$ podkreślić znaczenie współczynnika dwumianowego (symbolu Newtona) $\binom{n}{k} = \frac{(a+b)^n}{n(n-1)\cdot\dots\cdot(n-k+2)(n-k+1)}$ w kombinatoryce. Warto go również zapisywać w postaci $\binom{n}{k} = \frac{1\cdot 2\cdot\dots\cdot(k-1)\cdot k}{1\cdot 2\cdot\dots\cdot(k-1)\cdot k}$, gdyż w tej formie jest bardziej widoczna jego interpretacja i łatwiej obliczyć jego wartość dla małych k .

Rachunek prawdopodobieństwa. Uczniowie w przyszłości będą mieli do czynienia z zagadnieniami powiązаныmi z losowością, które występują w różnych dziedzinach życia i nauki, na przykład: przy analizie sondaży, zagadnień z zakresu ekonomii i badaniach rynków finansowych lub w naukach przyrodniczych i społecznych. Warto wspomnieć o paradoksach rachunku prawdopodobieństwa, które pokazują typowe błędy w rozumowaniu i omówić niektóre z nich. Warto też przeprowadzać z uczniami eksperymenty, np. eksperyment, w którym uczniowie zapisują długi ciąg orłów i reszek bez losowania, a następnie zapisują ciąg orłów i reszek powstały w wyniku losowych rzutów monetą. Błędne intuicje na temat losowości podpowiadają zwykle, że nie powinny pojawiać się długie sekwencje orłów (albo reszek), podczas kiedy w rzeczywistości takie długie sekwencje orłów (lub reszek) występują. Omawianie w zakresie podstawowym wartości oczekiwanej nie wymaga wprowadzania pojęcia zmiennej losowej. Wskazane jest raczej posługiwanie się intuicyjnym rozumieniem wartości oczekiwanej zysku czy ustalanie liczby obiektów spełniających określone własności. W ten sposób uczeń ma możliwość dostrzeżenia związków prawdopodobieństwa z życiem codziennym, ma także szanse kształtowania umiejętności unikania zachowań ryzykownych, np. przy decyzjach finansowych.

W zakresie rozszerzonym ważne jest uświadomienie uczniom, że rachunek prawdopodobieństwa nie ogranicza się jedynie do schematu klasycznego i używanej tam kombinatoryki. Dobrą ilustracją są przykłady zastosowania schematu Bernoullego dla dużej liczby prób.

Pochodne. Posługiwanie się pojęciem granicy ilorazu różnicowego konieczne do zrozumienia pojęcia pochodnej wymaga dużych możliwości poznawczych. Dlatego też pochodne należy wprowadzać w pierwszej kolejności intuicyjnie, posługując się interpretacją fizyczną (prędkość chwilowa, natężenie prądu) oraz geometryczną (styczna, nachylenie wykresu). Podstawowym zastosowaniem definicji pochodnej może być wyprowadzenie wzoru na pochodną jednomianu i pochodną sumy, iloczynu i złożenia funkcji (gdy funkcja wewnętrzna jest różnowartościowa). Uczniowie powinni też poznać twierdzenie mówiące, że funkcja ciągła na przedziale i różniczkowalna wewnątrz tego przedziału jest niemalejąca wtedy i tylko wtedy, gdy jej pochodna jest nieujemna.

Dowody. Samodzielne przeprowadzanie dowodów przez uczniów rozwija takie umiejętności, jak: logiczne myślenie, precyzyjne wyrażanie myśli i zdolność rozwiązywania złożonych problemów. Dowodzenie pozwala doskonalić umiejętność dobierania trafnych argumentów i konstruowania poprawnych rozumowań. Jedną z metod rozwijania umiejętności dowodzenia jest analizowanie dowodów poznawanych twierdzeń. Można uczyć w ten sposób, jak powinien wyglądać właściwie przeprowadzony dowód. Umiejętność formułowania poprawnych rozumowań i uzasadnień jest ważna również poza matematyką. Poniżej znajduje się lista twierdzeń, których dowody powinien uczeń poznać.

Twierdzenia, dowody – zakres podstawowy

1. Istnienie nieskończenie wielu liczb pierwszych.
2. Niewymierność liczb: $\sqrt{2}$, $\log_2 5$ itp.
3. Wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego.
4. Podstawowe własności potęg (o wykładnikach całkowitych i wymiernych) i logarytmów.
5. Twierdzenie o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ wraz ze wzorami rekurencyjnymi na współczynniki ilorazu i resztę (algorytm Hornera) – dowód można przeprowadzić w szczególnym przypadku, np. dla wielomianu czwartego stopnia.
6. Wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego.
7. Twierdzenie o kątach w okręgu:
 - 1) kąt wpisany jest połową kąta środkowego opartego na tym samym łuku;
 - 2) jeżeli dwa kąty są wpisane w ten sam okrąg, to są równe wtedy i tylko wtedy, gdy są oparte na równych łukach.
8. Twierdzenie o odcinkach w trójkącie prostokątnym. Jeśli odcinek CD jest wysokością trójkąta prostokątnego ABC o kącie prostym ACB , to $|AB| \cdot |BD| = |AD|^2$, $|AC|^2 = |AB| \cdot |AD|$ oraz $|BC|^2 = |AB| \cdot |BD|$.
9. Twierdzenie o dwusiecznej. Jeśli prosta CD jest dwusieczną kąta ACB w trójkącie ABC i punkt D leży na boku AB , to $\frac{|AD|}{|BD|} = \frac{|AC|}{|BC|}$.
10. Wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$.
11. Twierdzenie sinusów.
12. Twierdzenie cosinusów i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.

Twierdzenia, dowody – zakres rozszerzony

1. Dowód kombinatoryczny tożsamości: jeśli $0 < k < n$, to $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$.
2. Wzór dwumianowy Newtona. Wzory skróconego mnożenia na $a^n \pm b^n$ (przy odpowiednich założeniach o n) oraz jako wniosek: dla liczb całkowitych a i b , $a - b \mid a^n - b^n$.
3. Wzory Viète'a.
4. Wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów.
5. Twierdzenia o istnieniu niektórych punktów szczególnych trójkąta:

- a) symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie i (jako wniosek) proste zawierające wysokości trójkąta przecinają się w jednym punkcie,
- b) środkowe trójkąta przecinają się w jednym punkcie.
6. Twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg. Czworokąt wypukły $ABCD$ można wpisać w okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy $|\angle BAD| + |\angle BCD| = |\angle ABC| + |\angle ADC| = 180^\circ$.
7. Twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu. W czworokąt wypukły można wpisać okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy $|AB| + |CD| = |AD| + |BC|$.
8. Twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny. Dane są proste k, l i m leżące na jednej płaszczyźnie. Jeśli proste k i l przecinają się i prosta n jest do nich prostopadła, to prosta n jest także prostopadła do prostej m .
9. Twierdzenie o trzech prostopadłych. Prosta k przecina płaszczyznę P i nie jest do niej prostopadła. Prosta l jest rzutem prostokątnym prostej k na płaszczyznę P . Prosta m leży na płaszczyźnie P . Wówczas proste k i m są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy proste l i m są prostopadłe.

Wstęp do programu nauczania

W przekonaniu autorów programu *MATeMATyka* – doświadczonych nauczycieli praktyków – program nauczania w liceum/technikum poza realizacją zapisów z podstawy programowej powinien uwzględniać zróżnicowane potrzeby uczniów tychże placówek. Należy zwrócić uwagę na konieczność równoczesnej pracy z uczniami uzdolnionymi matematycznie oraz tymi o przeciętnych zdolnościach. Z jednej strony mamy uczniów biorących pod uwagę kierunki studiów, na których przedmioty ścisłe są kluczowe. W ich wypadku gruntowna, wielopoziomowa realizacja treści zawartych w podstawie programowej odgrywa niezwykle istotną rolę i daje podstawy do dalszego rozwoju w tym kierunku. Drugą grupę stanowią uczniowie, których głównym celem w zakresie edukacji matematycznej jest zdanie obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie podstawowym. Autorzy podstawy programowej zwracają dodatkowo uwagę na fakt, że podręcznik powinien dawać nauczycielowi narzędzia do realizacji celów ogólnych.

Program *MATeMATyka* jest przeznaczony dla wszystkich szkół ponadpodstawowych, w których edukacja matematyczna kończy się maturą.

Korzystanie z serii *MATeMATyka* pozwala uczniowi opanować na wysokim poziomie treści z podstawy programowej zarówno w zakresie podstawowym, jak i rozszerzonym. W klasie pierwszej zakłada się sprawdzenie poziomu wiedzy i wyrównanie ewentualnych zaległości w opanowaniu treści i umiejętnościach uczniów, którzy skończyli różne szkoły podstawowe. Z kolei w klasie czwartej dość dużo czasu przeznaczono na powtórzenie i utrwalenie wiadomości przed egzaminem maturalnym. Dodatkowo istotną zaletą prezentowanego programu jest możliwość podjęcia przez ucznia ostatecznej decyzji dotyczącej wyboru zakresu nauczania matematyki nawet po ukończeniu klasy pierwszej – działy przewidziane do realizacji w klasie pierwszej są w dużym stopniu zbieżne dla obydwu zakresów, przy czym w rozszerzeniu przewidziano więcej zadań o zwiększonym stopniu trudności.

Korzystanie z serii *MATeMATyka* pozwala na satysfakcjonujące, twórcze i efektywne zgłębianie wiedzy każdemu uczniowi bez względu na poziom zaawansowania. Przystępne wprowadzanie nowych treści, rozwiązane przykłady, proste ćwiczenia oraz ułożone zgodnie ze wzrastającym stopniem trudności zadania ułatwiają uczniowi pracę na lekcjach i w domu. Każdy dział zamykają *Zestawy powtórzeniowe*, które

umożliwiają usystematyzowanie oraz ugruntowanie przyswojonej wiedzy. Dla uczniów zainteresowanych pogłębianiem wiedzy matematycznej przeznaczone są *Zagadnienia uzupełniające*. W podręcznikach znajdują się także zadania typu maturalnego *Przed obowiązkową maturą z matematyki*, które oswiają ucznia z formułą egzaminu maturalnego.

Dla nauczyciela matematyki realizującego omawiany program istotny jest fakt, że autorzy programu uwzględnili zapis podstawy programowej dotyczący korelacji w szkolnym nauczaniu matematyki z fizyką, informatyką, geografią i chemią. Program stosuje się do zalecanego czasu realizacji treści nauczania określonych w działach: I pkt 9 (logarytmy), V pkt 14, V pkt 1 (pojęcie funkcji) i V pkt 5 (funkcje liniowe), V pkt 11 (funkcje kwadratowe) i V pkt 13 (proporcjonalność odwrotna), VI pkt 2 (obliczanie początkowych wyrazów ciągów określonych rekurencyjnie) ze względu na ich wykorzystanie na innych przedmiotach przyrodniczych. Ponadto w prezentowanym programie uwzględniono zastosowanie nowoczesnych technologii (kalkulatora graficznego, komputera, tablicy multimedialnej). Dzięki programowi *MATEMATYKA* nauka matematyki, kojarzona przez niektórych uczniów tylko z rozwiązywaniem zadań, może stać się fascynującym i twórczym doświadczeniem, które daje satysfakcję zarówno uczniowi, jak i nauczycielowi.

Obudowa dydaktyczna programu

Seria składa się z:

- podręczników dla każdej klasy w dwóch zakresach – podstawowym i rozszerzonym – zawierających zadania z odpowiedziami dla ucznia,
- zbiorów zadań (dla obu poziomów),
- kart pracy,
- książki dla nauczyciela do każdej klasy,
- materiałów dydaktycznych w wersji elektronicznej, dostępnych na stronie Wydawnictwa.

Budowa podręcznika dla ucznia

Każdy rozdział rozpoczyna się stroną tytułową ze zdjęciem i ciekawostką z nim związaną. W każdym rozdziale zainteresowany uczeń znajdzie wiele ciekawostek oraz osobny temat zawierający zagadnienia uzupełniające. Każdy rozdział kończą dwa zestawy zadań i test powtórzeniowy oraz zestaw *Przed obowiązkową maturą z matematyki* złożony z zadań otwartych typu egzaminacyjnego krótkiej i rozszerzonej odpowiedzi.

Dodatkowo podręcznik dla klasy czwartej zawiera zestawy egzaminacyjne.

Budowa książki dla nauczyciela

Książka dla nauczyciela ma taki sam układ jak podręcznik dla ucznia. Umieszczone na szerokich marginesach odpowiedzi do ćwiczeń i zadań, rozwiązania i wskazówki metodyczne uzupełniają treści z podręcznika.

Ogólne cele kształcenia

Ważnym celem nauczania matematyki w liceum i technikum jest wyposażenie przyszłego absolwenta w umiejętności matematyczne niezbędne do sprostania wymogom egzaminu maturalnego z matematyki na wybranym przez niego poziomie. Dodatkowo zakres podstawowy powinien dać absolwentowi umiejętności przydatne w codziennym życiu, zaś zakres rozszerzony – stworzyć solidny fundament do kontynuowania nauki na studiach wyższych. Nauczanie matematyki w sposób szczególny stymuluje rozwój intelektualny ucznia, m.in. wpływa na wykształcenie:

- umiejętności czytania ze zrozumieniem tekstu, w tym zawierającego dane statystyczne prezentowane w różny sposób;
- umiejętności logicznego myślenia i argumentowania;
- nawyku krytycznej analizy informacji;

- umiejętności formułowania hipotez i ich uzasadniania;
- wyobraźni przestrzennej;
- umiejętności planowania strategii rozwiązania problemu;
- umiejętności wykorzystywania narzędzi matematycznych w życiu codziennym, budowania modelu matematycznego dla danego kontekstu praktycznego.

Cele wychowawcze programu nauczania

Istotną część nauczania stanowi proces wychowania. W nauczaniu matematyki szczególnie eksponowane są cele wychowawcze:

- przygotowanie do życia we współczesnym świecie, ze szczególnym uwzględnieniem korzystania z technik informacyjnych i komunikacyjnych;
- rozwój cech sprzyjających dalszemu rozwojowi indywidualnemu i społecznemu, takich jak: uczciwość, odpowiedzialność, wytrwałość, poczucie własnej wartości, szacunek dla innych, ciekawość poznawcza, kreatywność, przedsiębiorczość;
- rozwijanie umiejętności logicznego myślenia i wyciągania wniosków;
- wdrażanie do formułowania uzasadnień i weryfikacji własnych poglądów wobec racjonalnych argumentów;
- wykształcenie nawyku dobrej organizacji, planowania, a następnie wykonania pracy z należytą starannością i dokładnością;
- kształcenie poczucia odpowiedzialności za wykonanie podjętych zadań;
- rozwijanie umiejętności współpracy w zespole;
- wykształcenie nawyku dbałości o kulturę i precyzję wypowiedzi;
- wykształcenie postaw sprzyjających samokształceniu.

Procedury osiągnięcia celów

Do osiągnięcia zaprezentowanych celów kształcenia i wychowania najbardziej przydatne są następujące procedury:

- stopniowanie trudności;
- indywidualizacja nauczania, podejmowanie działań wspomagających rozwój każdego ucznia oraz rozwój grupy jako całości, zwracanie uwagi na uczniów z dysfunkcjami, wspieranie uczniów zdolnych;
- motywowanie uczniów do różnego rodzaju działalności matematycznej;
- stwarzanie sytuacji problemowych;
- wykorzystywanie urządzeń technicznych typu: kalkulator, kalkulator graficzny, komputer (w miarę możliwości jak najczęściej);
- wykorzystywanie technik informacyjnych;
- odczytywanie i interpretacja informacji z tabel, diagramów i wykresów;
- samodzielne sporządzanie tabel, diagramów i wykresów;
- utrwalanie i powtarzanie nabytych wiadomości i umiejętności;
- stosowanie różnych metod pracy;
- informowanie o postępach ucznia.

Podział treści nauczania i wymagania szczegółowe w poszczególnych klasach

W poniższych tabelach:

Gwiazdką* oznaczono te hasła i wymagania, które są rozszerzeniem podstawy programowej dla zakresu podstawowego; te hasła, które są również rozszerzeniem dla zakresu rozszerzonego, dodatkowo wyróżniono **pogrubioną czcionką**. Nauczyciel może je realizować jedynie wówczas, gdy nie przeszkodzi to w opanowaniu przez uczniów materiału podstawowego. Opanowanie tych treści nie jest konieczne do kontynuowania nauki w klasach wyższych, ma na celu jedynie uzupełnienie wiedzy i umiejętności związanych z omawianym zagadnieniem z podstawy programowej.

Kursywą wyróżniono hasła i wymagania realizowane w szkole podstawowej, które należy powtórzyć i utrwalić przed przystąpieniem do wprowadzenia nowego materiału, aby umożliwić uczniowi łagodne przejście do kolejnego etapu nauczania matematyki, zniwelować różnice wynikające z faktu, że w jednej klasie spotkają się absolwenci różnych szkół podstawowych.

Materiał nauczania podzielono w podstawie programowej na następujące działy:

- I. Liczby rzeczywiste.
- II. Wyrażenia algebraiczne.
- III. Równania i nierówności.
- IV. Układy równań.
- V. Funkcje.
- VI. Ciągi.
- VII. Trygonometria.
- VIII. Planimetria.
- IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.
- X. Stereometria.
- XI. Kombinatoryka.
- XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.
- XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.

ZAKRES PODSTAWOWY

Klasa I (90 h)

Hasła programowe	Wymagania szczegółowe. Uczeń:
I. Liczby rzeczywiste	
<ul style="list-style-type: none"> Liczby naturalne 	<ul style="list-style-type: none"> podaje przykłady liczb pierwszych, parzystych i nieparzystych; stosuje cechy podzielności liczby przez 2, 3, 5, 9; podaje dzielniki danej liczby naturalnej; wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych; oblicza NWD i NWW dwóch liczb naturalnych; przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb i reszt z dzielenia..
<ul style="list-style-type: none"> Liczby całkowite, liczby wymierne 	<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje wśród podanych liczb liczby całkowite i liczby wymierne; oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych); stosuje powszechnie przyjęte oznaczenia zbiorów liczbowych, a w szczególności: dla liczb całkowitych symbol Z, dla liczb wymiernych Q.
<ul style="list-style-type: none"> Liczby niewymierne 	<ul style="list-style-type: none"> wskazuje wśród podanych liczb liczby niewymierne; szacuje wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby niewymierne; wykazuje, dobierając odpowiednio przykłady, że suma, różnica, iloczyn oraz iloraz liczb niewymiernych nie muszą być liczbami niewymiernymi, przeprowadza dowody, np. że liczba $\sqrt{2}$ jest niewymierna, że suma (iloczyn) liczby wymiernej i niewymiernej jest liczbą niewymierną.
<ul style="list-style-type: none"> Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej 	<ul style="list-style-type: none"> wskazuje wśród liczb podanych w postaci dziesiętnej liczby wymierne oraz niewymierne; wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych; wyznacza wskazaną cyfrę po przecinku w liczbie podanej w postaci rozwinięcia dziesiętnego okresowego;

	<ul style="list-style-type: none"> • przedstawia liczbę podaną w postaci ułamka dziesiętnego (skończonego lub nieskończonego okresowego) jako ułamek zwykły.
<ul style="list-style-type: none"> • <i>Pierwiastek z liczby nieujemnej</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej; • wyłącza czynnik przed znak pierwiastka; • włącza czynnik pod znak pierwiastka; • wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach.
<ul style="list-style-type: none"> • <i>Pierwiastek sześcienny, pierwiastek nieparzystego stopnia</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej; • wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb rzeczywistych, stosując prawa działań na pierwiastkach.
<ul style="list-style-type: none"> • Potęga o wykładniku całkowitym 	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość potęgi liczby o wykładnikach: naturalnym i całkowitym ujemnym; • stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do obliczania wartości wyrażeń; • stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach o wykładniku całkowitym do upraszczania wyrażeń algebraicznych.
<ul style="list-style-type: none"> • Potęga o wykładniku wymiernym 	<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje liczby w postaci potęgi o wykładniku wymiernym; • oblicza potęgi liczby dodatniej o wykładniku wymiernym; • stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach o wykładniku wymiernym do upraszczania wyrażeń algebraicznych; • porównuje wartości potęg o tej samej podstawie; • udowadnia własności potęg.
<ul style="list-style-type: none"> • Logarytm i jego własności 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje definicję logarytmu do obliczania jego wartości; • stosuje w obliczeniach twierdzenie o na logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu i logarytmie potęgi o wykładniku naturalnym; • udowadnia niewymierność wskazanych liczb, np. $\sqrt{2}$.
<ul style="list-style-type: none"> • <i>Procenty</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • wykonuje obliczenia procentowe: oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba, wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent, zmniejsza i zwiększa liczbę o dany procent.

<ul style="list-style-type: none"> Zbiory 	<ul style="list-style-type: none"> posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór pusty, zbiór skończony, zbiór nieskończony; wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące; opisuje dany zbiór słownie i symbolem; określa relację zawierania zbiorów.
<ul style="list-style-type: none"> Działania na zbiorach 	<ul style="list-style-type: none"> wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów; przedstawia na diagramie zbiorów, który jest wynikiem działań na trzech dowolnych zbiorach.
<ul style="list-style-type: none"> Przedziały 	<ul style="list-style-type: none"> rozdziela pojęcia: przedział otwarty, domknięty, lewostronnie domknięty, prawostronnie domknięty, ograniczony, nieograniczony; zaznacza przedział na osi liczbowej; odczytuje i zapisuje symbolem przedział zaznaczony na osi liczbowej; wymienia liczby należące do przedziału, spełniające zadane warunki.
<ul style="list-style-type: none"> Działania na przedziałach 	<ul style="list-style-type: none"> wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów oraz zaznacza je na osi liczbowej; wyznacza iloczyn, sumę i różnicę różnych zbiorów liczbowych oraz zapisuje je symbolem.
<ul style="list-style-type: none"> Wartość bezwzględna 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość bezwzględną danej liczby; stosuje interpretacje geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej.
II. Wyrażenia algebraiczne	
<ul style="list-style-type: none"> Wyrażenia algebraiczne 	<ul style="list-style-type: none"> mnoży sumy algebraiczne; wyłącza jednomian przed nawias; wykorzystuje wyrażenia algebraiczne do opisu zależności; stosuje działania na wyrażeniach algebraicznych do dowodzenia np. podzielności, rozwiązywania równań.
<ul style="list-style-type: none"> Wzory skróconego mnożenia $(a + b)^2$, $(a - b)^2$ oraz $a^2 - b^2$ 	<ul style="list-style-type: none"> przekształca wyrażenia algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia; stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$; usuwa niewymierność z mianownika ułamka; stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia własności liczb.

III. Równania i nierówności	
<ul style="list-style-type: none"> • <i>Rozwiązanie równania</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania; • rozpoznaje równania sprzeczne i tożsamościowe oraz podaje ich zbiór rozwiązań; • stosuje przekształcenia równoważne do wyznaczenia rozwiązania równania.
<ul style="list-style-type: none"> • Nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą 	<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem nierówności; • przekształca nierówności w sposób równoważny; • rozpoznaje nierówności sprzeczne i tożsamościowe oraz podaje ich zbiór rozwiązań; • zapisuje zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału.
<ul style="list-style-type: none"> • Równania i nierówności z wartością bezwzględną 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje, stosując interpretację geometryczną, elementarne równania i nierówności z wartością bezwzględną.
IV. Układy równań	
<ul style="list-style-type: none"> • Algebraiczne metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi 	<ul style="list-style-type: none"> • sprawdza, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań; • rozwiązuje układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania i przeciwnych współczynników; • określa, czy dany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny; • stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych.
<ul style="list-style-type: none"> • Interpretacja geometryczna układu równań liniowych 	<ul style="list-style-type: none"> • podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych; • rozwiązuje metodą graficzną układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi.
V. Funkcje	
<ul style="list-style-type: none"> • Pojęcie funkcji 	<ul style="list-style-type: none"> • określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, grafu, wykresu, opisu słownego; • podaje dziedzinę funkcji, zbiór wartości, miejsca zerowe; • szkicuje wykresy funkcji; • oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu.
<ul style="list-style-type: none"> • Szkicowanie wykresu funkcji 	<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji, uwzględniając jej dziedzinę; • szkicuje wykres funkcji określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach.
<ul style="list-style-type: none"> • Własności funkcji 	<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca, rosnąca, ma stały znak;

	<p>argumenty, dla których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą);</p> <ul style="list-style-type: none"> • odczytuje z wykresu, dla jakich argumentów funkcja przyjmuje: daną wartość; wartości mniejsze, nie mniejsze, większe i nie większe od danej liczby.
<ul style="list-style-type: none"> • Przekształcenia wykresów funkcji 	<ul style="list-style-type: none"> • na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - p)$; • $y = f(x) + q, y = f(-x), y = -f(x)$.
<ul style="list-style-type: none"> • Proporcjonalność odwrotna 	<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne i wyznacza współczynnik proporcjonalności; • szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego $a > 0$ i $x > 0$; • korzysta ze wzoru i wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).
<ul style="list-style-type: none"> • Funkcja liniowa 	<ul style="list-style-type: none"> • rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru; • wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie; • interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej; • wykorzystuje własności funkcji liniowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).
<ul style="list-style-type: none"> • Funkcja kwadratowa (postać ogólna i kanoniczna) 	<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji kwadratowej zapisanej wzorem; • wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie; • interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej.
VI. Planimetria	
<ul style="list-style-type: none"> • <i>Kąty w trójkącie</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • klasyfikuje trójkąty ze względu na miary ich kątów; • stosuje przy rozwiązywaniu zadań twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta.
<ul style="list-style-type: none"> • Punkty specjalne w trójkącie 	<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności.

<ul style="list-style-type: none"> • <i>Trójkąty przystające</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje trójkąty przystające oraz stosuje cechy przystawiania trójkątów do rozwiązywania różnych problemów.
<ul style="list-style-type: none"> • Trójkąty podobne 	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów; • stosuje podobieństwo trójkątów do dowodzenia twierdzeń, w tym do uzasadnienia twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie; • przeprowadza dowód twierdzenia o odcinkach w trójkącie prostokątnym.
<ul style="list-style-type: none"> • Wielokąty podobne 	<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje przy rozwiązywaniu zadań zależności między polami i obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa.
<ul style="list-style-type: none"> • Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych.
VII. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej	
<ul style="list-style-type: none"> • Równanie prostej na płaszczyźnie 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej); • bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych; • wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt; • oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych; • rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje.

ZAKRES PODSTAWOWY

Klasa II (120 h)

Hasła programowe	Wymagania szczegółowe. Uczeń:
I. Wyrażenia algebraiczne	
<ul style="list-style-type: none">Wzory skróconego mnożenia $(a+b)^3$, $(a-b)^3$, $a^3 - b^3$, $a^n - b^n$	<ul style="list-style-type: none">przekształca wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach zapisanych z użyciem symboli pierwiastków;usuwa niewymierność z mianownika ułamka.
<ul style="list-style-type: none">Wielomiany	<ul style="list-style-type: none"> dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej zmiennej; rozkłada wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, wyłączając wspólny czynnik przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów; stosuje twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu o współczynnikach całkowitych; dzieli wielomian jednej zmiennej przez dwumian postaci $x - a$; stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$; przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ wraz z algorytmem Hornera.
<ul style="list-style-type: none">Wyrażenia wymierne	<ul style="list-style-type: none">określa dziedzinę wyrażenia wymiernego;mnoży i dzieli wyrażenia wymierne;dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne.
II. Równania i nierówności	
<ul style="list-style-type: none">Równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą	<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje równanie kwadratowe przez rozkład na czynniki;rozwiązuje równanie kwadratowe, korzystając ze wzorów;interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego;

	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje związek między rozwiązaniem nierówności kwadratowej a znakiem wartości odpowiedniej funkcji kwadratowej do rozwiązywania nierówności kwadratowych z jedną niewiadomą.
<ul style="list-style-type: none"> • Równania wielomianowe 	<ul style="list-style-type: none"> • korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań; • rozwiązuje równania wielomianowe dające się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych, w szczególności równań dwukwadratowych; • korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań wielomianowych, w tym rozkładając wielomian na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania wyrazów.
<ul style="list-style-type: none"> • Równania wymierne 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste równania wymierne postaci $\frac{V(x)}{W(x)} = 0$, gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ są zapisane w postaci iloczynowej.
III. Układy równań	
<ul style="list-style-type: none"> • Układy równań drugiego stopnia z dwiema niewiadomymi 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje metodą podstawiania układy równań prowadzące do rozwiązywania równań kwadratowych, tj. układy, z których jedno równanie jest równaniem pierwszego, a drugie drugiego stopnia z dwiema niewiadomymi; • znajduje punkty wspólne prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej.
IV. Funkcje	
<ul style="list-style-type: none"> • Funkcja kwadratowa (postać ogólna, kanoniczna i iloczynowa) 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie; • interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje); • wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;

	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym); uzasadnia wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego.
V. Optymalizacja	
<ul style="list-style-type: none"> Funkcja kwadratowa 	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień optymalizacyjnych geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).
VI. Trygonometria	
<ul style="list-style-type: none"> Definicje funkcji trygonometrycznych 	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180°, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°; korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora); oblicza miarę kąta ostrego, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną).
<ul style="list-style-type: none"> Związki między funkcjami trygonometrycznymi 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ oraz $\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$; znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.
VII. Planimetria	
<ul style="list-style-type: none"> Trójkąty prostokątne 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje przy rozwiązywaniu zadań twierdzenie Pitagorasa, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego; stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i przeprowadza jego dowód.
<ul style="list-style-type: none"> Zastosowania trygonometrii w planimetrii 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje trójkąty prostokątne z zastosowaniem trygonometrii;

	<ul style="list-style-type: none"> korzysta z własności funkcji trygonometrycznych podczas obliczeń geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta, gdy dane są dwa boki i kąt między nimi.
<ul style="list-style-type: none"> Wielokąty foremne 	<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności.
<ul style="list-style-type: none"> Czworokąty 	<ul style="list-style-type: none"> korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach.
<ul style="list-style-type: none"> Kąty środkowe i kąty wpisane 	<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje kąty środkowe i kąty wpisane; stosuje zależność między kątem środkowym i kątem wpisanym opartym na tym samym łuku; stosuje zależność między kątami wpisanymi w ten sam okrąg opartymi na równych łukach; stosuje twierdzenie o kącie między styczną i cięciwą; wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa; przeprowadza dowody twierdzeń o kątach w okręgu; stosuje wzory na długość łuku okręgu i pole wycinka koła.
<ul style="list-style-type: none"> Okrąg opisany na trójkącie i okrąg wpisany w trójkąt 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt; przekształca wzory na pole trójkąta i udowadnia je.
<ul style="list-style-type: none"> Twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów 	<ul style="list-style-type: none"> znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów; udowadnia twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów; wyprowadza wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$.

ZAKRES PODSTAWOWY

Klasa III (90 h)

Hasła programowe	Wymagania szczegółowe. Uczeń:
I. Liczby rzeczywiste	
<ul style="list-style-type: none">Potęga o wykładniku wymiernym	<ul style="list-style-type: none">oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych.
<ul style="list-style-type: none">Potęga o wykładniku rzeczywistym	<ul style="list-style-type: none">upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach;porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z własności potęgowania;wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w innych dziedzinach, np. fizyce, chemii czy informatyce).
<ul style="list-style-type: none">Logarytm. Logarytm dziesiętny	<ul style="list-style-type: none">wykorzystuje definicję logarytmu;stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi;udowadnia niewymierność wskazanych liczb, np. $\log_2 5$.
II. Funkcje	
<ul style="list-style-type: none">Funkcja wykładnicza	<ul style="list-style-type: none">szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;posługuje się funkcjami wykładniczymi, aby opisać zjawiska fizyczne, chemiczne, a także wykorzystuje je w kontekście praktycznym.
<ul style="list-style-type: none">Funkcja logarytmiczna	<ul style="list-style-type: none">szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;

	<ul style="list-style-type: none"> • posługuje się funkcjami logarytmicznymi, aby opisać zjawiska fizyczne, chemiczne, a także wykorzystuje je w kontekście praktycznym; • posługuje się pojęciem logarytmu w zadaniach związanych np. ze skalą Richtera, skalą pH.
III. Ciągi	
<ul style="list-style-type: none"> • Pojęcie ciągu 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów; • wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie; • szkicuje wykres ciągu; • wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym.
<ul style="list-style-type: none"> • Ciągi określone rekurencyjnie 	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie.
<ul style="list-style-type: none"> • Monotoniczność ciągu 	<ul style="list-style-type: none"> • bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji; • wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym.
<ul style="list-style-type: none"> • Ciąg arytmetyczny 	<ul style="list-style-type: none"> • bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny; • stosuje i udowadnia wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.
<ul style="list-style-type: none"> • Ciąg geometryczny 	<ul style="list-style-type: none"> • bada, czy dany ciąg jest geometryczny; • stosuje i udowadnia wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.
<ul style="list-style-type: none"> • Ciągi arytmetyczne i geometryczne 	<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, podczas rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym, m.in. zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok), koszty kredytów.
IV. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej	

<ul style="list-style-type: none"> • Odległość punktów w układzie współrzędnych, środek odcinka 	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych; • stosuje przy rozwiązywaniu zadań wzór na odległość punktów; • wyznacza współrzędne środka odcinka w układzie współrzędnych; • stosuje przy rozwiązywaniu zadań wzór na współrzędne środka odcinka.
<ul style="list-style-type: none"> • Odległość punktu od prostej 	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza odległość punktu od prostej.
<ul style="list-style-type: none"> • Równanie okręgu 	<ul style="list-style-type: none"> • posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.
<ul style="list-style-type: none"> • Wzajemne położenie prostej i okręgu 	<ul style="list-style-type: none"> • określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach; • wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu; • wyznacza równanie prostej stycznej do okręgu.
<ul style="list-style-type: none"> • Symetrie w układzie współrzędnych 	<ul style="list-style-type: none"> • znajduje obrazy figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgów i wielokątów) w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej o środku w początku układu współrzędnych.
V. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka	
<ul style="list-style-type: none"> • Odczytywanie i interpretacja danych statystycznych 	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, wyznacza medianę i dominantę; • wykorzystuje przy rozwiązywaniu zadań średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i dominantę; • oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych; • stosuje skalę centylową do opisu i interpretacji danych statystycznych.

ZAKRES PODSTAWOWY

Klasa IV (100 h)

Hasła programowe	Wymagania szczegółowe. Uczeń:
I. Kombinatoryka	
<ul style="list-style-type: none">Reguła mnożenia, reguła dodawania	<ul style="list-style-type: none">zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności;stosuje permutacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń podczas rozwiązywania zadań z kombinatoryki.
II. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka	
<ul style="list-style-type: none">Prawdopodobieństwo klasyczne	<ul style="list-style-type: none">oblicza prawdopodobieństwo, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.
<ul style="list-style-type: none">Wartość oczekiwana	<ul style="list-style-type: none">oblicza wartość oczekiwaną, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach.
III. Stereometria	
<ul style="list-style-type: none">Proste i płaszczyzny w przestrzeni	<ul style="list-style-type: none">rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;wskazuje w wielościanach proste prostopadłe, równoległe i skośne;wskazuje w wielościanach rzut prostokątny danego odcinka.
<ul style="list-style-type: none">Graniastosłupy	<ul style="list-style-type: none">sporządza rysunek graniastosłupa wraz z oznaczeniami;oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego.
<ul style="list-style-type: none">Ostrosłupy	<ul style="list-style-type: none">sporządza rysunek ostrosłupa wraz z oznaczeniami;oblicza pole powierzchni i objętość ostrosłupa.

<ul style="list-style-type: none"> • Kąt między prostą a płaszczyzną, kąt dwuścienny 	<ul style="list-style-type: none"> • posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego; • rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów; • rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów; • rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów.
<ul style="list-style-type: none"> • Przekroje prostopadłościanów 	<ul style="list-style-type: none"> • określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną.
<ul style="list-style-type: none"> • Bryły obrotowe 	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola powierzchni i objętości brył obrotowych; • wskazuje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów.
<ul style="list-style-type: none"> • Bryły podobne 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje zależność między objętościami brył podobnych.
<ul style="list-style-type: none"> • Zastosowania trygonometrii w stereometrii 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych.

ZAKRES PODSTAWOWY I ROZSZERZONY

Klasa I (120 h)

Hasła programowe	Wymagania szczegółowe. Uczeń:
I. Liczby rzeczywiste	
<ul style="list-style-type: none"> Liczby naturalne 	<ul style="list-style-type: none"> podaje przykłady liczb pierwszych, parzystych i nieparzystych; stosuje cechy podzielności liczby przez 2, 3, 5, 9; podaje dzielniki danej liczby naturalnej; wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych; oblicza NWD i NWW dwóch liczb naturalnych; przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb, np.: „Uzasadnij, że suma trzech kolejnych liczb naturalnych podzielnych przez 3 jest podzielna przez 9.”
<ul style="list-style-type: none"> Liczby całkowite, liczby wymierne 	<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje wśród podanych liczb liczby całkowite i liczby wymierne; oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych).
<ul style="list-style-type: none"> Liczby niewymierne 	<ul style="list-style-type: none"> wskazuje wśród podanych liczb liczby niewymierne; szacuje wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby niewymierne; wykazuje, dobierając odpowiednio przykłady, że suma, różnica, iloczyn oraz iloraz liczb niewymiernych nie muszą być liczbami niewymiernymi; przeprowadza dowody, np. że liczba $\sqrt{2}$ jest niewymierna, że suma (iloczyn) liczby wymiernej i niewymiernej jest liczbą niewymierną.
<ul style="list-style-type: none"> Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej 	<ul style="list-style-type: none"> wskazuje wśród liczb podanych w postaci dziesiętnej liczby wymierne oraz niewymierne; wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych;

	<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wskazaną cyfrę po przecinku w liczbie podanej w postaci rozwinięcia dziesiętnego okresowego; przedstawia liczbę podaną w postaci ułamka dziesiętnego (skończonego lub nieskończonego okresowego) jako ułamek zwykły; podaje przybliżenia liczb z podaną dokładnością i określa błąd tego przybliżenia.
<ul style="list-style-type: none"> <i>Pierwiastek z liczby nieujemnej</i> 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej; wyłącza czynnik przed znak pierwiastka; włącza czynnik pod znak pierwiastka; wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach.
<ul style="list-style-type: none"> <i>Pierwiastek sześcienny, pierwiastek nieparzystego stopnia</i> 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej; wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb rzeczywistych, stosując prawa działań na pierwiastkach.
<ul style="list-style-type: none"> Potęga o wykładniku całkowitym 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość potęgi liczby o wykładnikach: naturalnym i całkowitym ujemnym; stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do obliczania wartości wyrażeń; stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do upraszczania wyrażeń algebraicznych.
<ul style="list-style-type: none"> <i>Notacja wykładnicza</i> 	<ul style="list-style-type: none"> zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej; wykonuje działania na liczbach zapisanych w notacji wykładniczej.
<ul style="list-style-type: none"> Potęga o wykładniku wymiernym 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych; udowadnia własności potęg.
<ul style="list-style-type: none"> Logarytm i jego własności 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje definicję logarytmu do obliczania jego wartości; stosuje w obliczeniach twierdzenie o logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu i logarytmie potęgi o wykładniku naturalnym.

<ul style="list-style-type: none"> • <i>Procenty</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • wykonuje obliczenia procentowe: oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba, wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent, zmniejsza i zwiększa liczbę o dany procent; • interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego; • oblicza np. podatki, zyski z lokat.
<ul style="list-style-type: none"> • Wartość bezwzględna 	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość bezwzględną danej liczby; • stosuje interpretacje geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej.
<ul style="list-style-type: none"> • Własności wartości bezwzględnej 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje podstawowe własności wartości bezwzględnej; • korzystając z własności wartości bezwzględnej, upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną.
<ul style="list-style-type: none"> • Zbiory 	<ul style="list-style-type: none"> • posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór pusty, zbiór skończony, zbiór nieskończony; • wymienia elementy danego zbioru oraz elementy nienależące do niego; • opisuje dany zbiór słownie i symbolem; • określa relację zawierania zbiorów.
<ul style="list-style-type: none"> • Działania na zbiorach 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów; • przedstawia na diagramie zbiór, który jest wynikiem działań na trzech dowolnych zbiorach.
<ul style="list-style-type: none"> • Przedziały liczbowe 	<ul style="list-style-type: none"> • rozróżnia pojęcia: przedział otwarty, domknięty, lewostronnie domknięty, prawostronnie domknięty, ograniczony, nieograniczony; • zaznacza przedział na osi liczbowej; • odczytuje i zapisuje symbolem przedział zaznaczony na osi liczbowej; • wymienia liczby należące do przedziału, spełniające zadane warunki.
<ul style="list-style-type: none"> • Działania na przedziałach 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów oraz zaznacza je na osi liczbowej; • wyznacza iloczyn, sumę i różnicę różnych zbiorów liczbowych oraz zapisuje je symbolem.

II. Wyrażenia algebraiczne	
<ul style="list-style-type: none"> Wyrażenia algebraiczne 	<ul style="list-style-type: none"> mnoży sumy algebraiczne; wyłącza jednomian przed nawias; wykorzystuje wyrażenia algebraiczne do opisu zależności; stosuje działania na wyrażeniach algebraicznych do dowodzenia np. podzielności, rozwiązywania równań.
<ul style="list-style-type: none"> Wzory skróconego mnożenia $(a + b)^2$ $(a - b)^2$ oraz $a^2 - b^2$ 	<ul style="list-style-type: none"> przekształca wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia; stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$; usuwa niewymierność z mianownika ułamka; stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń.
III. Równania i nierówności	
<ul style="list-style-type: none"> Rozwiązanie równania, nierówności 	<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności.
<ul style="list-style-type: none"> Nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą; zapisuje zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału; rozwiązuje układy nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą; stosuje nierówności do rozwiązywania zadań tekstowych.
<ul style="list-style-type: none"> Równania i nierówności z wartością bezwzględną 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując interpretację geometryczną; rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując definicję oraz własności wartości bezwzględnej.
<ul style="list-style-type: none"> Równania i nierówności liniowe z parametrem 	<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza analizę zadań z parametrem; zapisuje założenia, dla których zachodzą warunki podane w treści zadania, i wyznacza te wartości parametru, dla których te warunki są spełnione.

IV. Układy równań	
<ul style="list-style-type: none"> Algebraiczne metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje układ równań metodą podstawiania i przeciwnych współczynników; określa, czy dany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny; stosuje układy równań podczas rozwiązywania zadań tekstowych; rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące układów równań.
<ul style="list-style-type: none"> Graficzna metoda rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje układ równań metodą graficzną; wykorzystuje związek między liczbą rozwiązań układu równań a położeniem dwóch prostych.
<ul style="list-style-type: none"> Równania kwadratowe z jedną niewiadomą 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równanie kwadratowe przez rozkład na czynniki; rozwiązuje równania kwadratowe, korzystając ze wzorów; interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego.
<ul style="list-style-type: none"> Nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą 	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje związek między rozwiązaniem nierówności kwadratowej a znakiem wartości odpowiedniej funkcji kwadratowej podczas rozwiązywania nierówności kwadratowych z jedną niewiadomą.
V. Funkcje	
<ul style="list-style-type: none"> Sposoby opisywania funkcji 	<ul style="list-style-type: none"> określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, grafu, wykresu, opisu słownego.
<ul style="list-style-type: none"> Szkicowanie wykresu funkcji 	<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji, uwzględniając jej dziedzinę; szkicuje wykres funkcji określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach.
<ul style="list-style-type: none"> Wartość funkcji 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu; posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość.
<ul style="list-style-type: none"> Własności funkcji 	<ul style="list-style-type: none"> odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca, rosnąca, ma stały znak; argumenty, dla których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą); rozwiązuje równania i nierówności, korzystając z wykresu funkcji;

	<ul style="list-style-type: none"> uzasadnia z definicji monotoniczność funkcji.
<ul style="list-style-type: none"> Przekształcenia wykresów funkcji 	<ul style="list-style-type: none"> na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - p)$, $y = f(x) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = -f(-x)$, $y = f(x)$ oraz $y = f(x)$; stosuje złożenia funkcji przy rysowaniu wykresów funkcji złożonych.
<ul style="list-style-type: none"> Proporcjonalność odwrotna 	<ul style="list-style-type: none"> wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne i wyznacza współczynnik proporcjonalności; szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego $a > 0$ i $x > 0$; korzysta ze wzoru i wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).
<ul style="list-style-type: none"> Funkcja liniowa 	<ul style="list-style-type: none"> rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru; wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie; interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej; wykorzystuje własności funkcji liniowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).
<ul style="list-style-type: none"> Funkcja kwadratowa 	<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru; wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie; interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje); udowadnia wzór na pierwiastki trójmianu kwadratowego.
VI. Planimetria	
<ul style="list-style-type: none"> <i>Kąty w trójkącie</i> 	<ul style="list-style-type: none"> klasyfikuje trójkąty ze względu na miary ich kątów; stosuje podczas rozwiązywania zadań twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta.

<ul style="list-style-type: none"> • Punkty szczególne w trójkącie 	<ul style="list-style-type: none"> • wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności; • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczące własności trójkątów, np. twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie; • udowadnia istnienie niektórych punktów szczególnych trójkąta.
<ul style="list-style-type: none"> • <i>Trójkąty przystające</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje trójkąty przystające oraz stosuje cechy przystawiania trójkątów do rozwiązywania różnych problemów.
<ul style="list-style-type: none"> • Trójkąty podobne 	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów.
<ul style="list-style-type: none"> • Twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych.
<ul style="list-style-type: none"> • Wielokąty podobne 	<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje przy rozwiązywaniu zadań zależności między polami i obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa.
VII. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej	
<ul style="list-style-type: none"> • Wektor w układzie współrzędnych 	<ul style="list-style-type: none"> • zaznacza wektory w układzie współrzędnych; • wyznacza współrzędne początku i końca wektora (przy odpowiednich danych).
<ul style="list-style-type: none"> • Równanie prostej na płaszczyźnie 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej); • bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych; • wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt; • oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych.
<ul style="list-style-type: none"> • Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi 	<ul style="list-style-type: none"> • interpretuje geometrycznie nierówności z dwiema niewiadomymi oraz pojęcie półpłaszczyzny otwartej i domkniętej; • zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów, których współrzędne spełniają układ nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi;

	<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje układ nierówności opisujący zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych; • rozwiązuje graficznie układ kilku nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi.
--	--

ZAKRES PODSTAWOWY I ROZSZERZONY

Klasa II (150 h)

Hasła programowe	Wymagania szczegółowe. Uczeń:
I. Liczby rzeczywiste	
<ul style="list-style-type: none"> • Potęga o wykładniku rzeczywistym 	<ul style="list-style-type: none"> • upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach; • porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z własności potęgowania; • wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w innych dziedzinach, np. fizyce, chemii czy informatyce).
<ul style="list-style-type: none"> • Logarytm 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzór na zamianę podstaw logarytmu; • stosuje własności logarytmów
II. Wyrażenia algebraiczne	
<ul style="list-style-type: none"> • Wzory skróconego mnożenia $(a + b)^3$, $(a - b)^3$, $a^3 + b^3$, $a^3 - b^3$ oraz $a^n - b^n$ 	<ul style="list-style-type: none"> • przekształca wyrażenie algebraiczne, w tym do postaci iloczynowej, z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia; • stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach zapisanych z użyciem symboli pierwiastków; • usuwa niewymierność z mianownika ułamka.
<ul style="list-style-type: none"> • Rozkład wielomianu na czynniki 	<ul style="list-style-type: none"> • rozkłada wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia lub wyłączając wspólny czynnik przed nawias, oraz metodą grupowania wyrazów.

<ul style="list-style-type: none"> Działania na wielomianach 	<ul style="list-style-type: none"> • dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany; • dzieli wielomiany przez dwumian $x - a$; • dzieli wielomiany; • stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$; • przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ wraz z algorytmem Hornera.
<ul style="list-style-type: none"> Wyrażenia wymierne 	<ul style="list-style-type: none"> • określa dziedzinę wyrażenia wymiernego; • dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne; • mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; • rozszerza i skraca wyrażenia wymierne.
III. Równania i nierówności	
<ul style="list-style-type: none"> Równania sprowadzalne do równań kwadratowych 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania sprowadzalne do równań kwadratowych.
<ul style="list-style-type: none"> Układy równań drugiego stopnia 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje układy równań prowadzące do równań kwadratowych; • stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej.
<ul style="list-style-type: none"> Wzory Viète'a 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory Viète'a; • wyprowadza wzory Viète'a.
<ul style="list-style-type: none"> Równania i nierówności kwadratowe z parametrem 	<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza analizę zadań z parametrem i ustala założenia, dla których zachodzą warunki podane w treści zadania i wyznacza te wartości parametru, dla których te warunki są spełnione.
<ul style="list-style-type: none"> Równania wielomianowe 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania wielomianowe, stosując metodę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodę grupowania wyrazów; • stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych;

	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania wielomianowe dające się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych; stosuje twierdzenie Bézouta.
<ul style="list-style-type: none"> Nierówności wielomianowe 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje łatwe nierówności wielomianowe.
<ul style="list-style-type: none"> Równania wymierne 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania wymierne.
<ul style="list-style-type: none"> Nierówności wymierne 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje nierówności wymierne.
<ul style="list-style-type: none"> Równania i nierówności z wartością bezwzględną 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania wielomianowe i wymierne z wartością bezwzględną
IV. Optymalizacja	
<ul style="list-style-type: none"> Funkcja kwadratowa 	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień optymalizacyjnych geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).
V. Funkcje	
<ul style="list-style-type: none"> Funkcja kwadratowa 	<ul style="list-style-type: none"> wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym; wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).
<ul style="list-style-type: none"> Funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ 	<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego a; korzysta ze wzoru i wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi.
<ul style="list-style-type: none"> Funkcja homograficzna 	<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności; wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej; rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej.
<ul style="list-style-type: none"> Funkcja wykładnicza 	<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;

	<ul style="list-style-type: none"> • posługuje się funkcjami wykładniczymi, aby opisać zjawiska fizyczne, chemiczne, a także wykorzystuje je w kontekście praktycznym.
<ul style="list-style-type: none"> • Funkcja logarytmiczna 	<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw; • posługuje się funkcjami logarytmicznymi, aby opisać zjawiska fizyczne, chemiczne, a także wykorzystuje je w kontekście praktycznym.
VI. Planimetria i trygonometria	
<ul style="list-style-type: none"> • Trójkąty prostokątne 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie Pitagorasa podczas rozwiązywania zadań, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i długości wysokości trójkąta równobocznego; • stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i przeprowadza jego dowód.
<ul style="list-style-type: none"> • Definicje funkcji trygonometryczne kąta wypukłego 	<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dla kątów wypukłych; • korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora); • oblicza miarę kąta wypukłego, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną).
<ul style="list-style-type: none"> • Związki między funkcjami trygonometrycznymi 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ oraz $\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$; • znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta wypukłego.
<ul style="list-style-type: none"> • Zastosowania trygonometrii w planimetrii 	<ul style="list-style-type: none"> • korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w obliczeniach geometrycznych; • stosuje i wyprowadza wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$.

<ul style="list-style-type: none"> • <i>Pola czworokątów</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezach; • oblicza pola i obwody równoległoboku, rombu, trapezu; • wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania pól czworokątów.
<ul style="list-style-type: none"> • <i>Długość okręgu i pole koła</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa; • oblicza długość okręgu i pole koła.
<ul style="list-style-type: none"> • <i>Kąty środkowe i kąty wpisane</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje kąty środkowe i kąty wpisane; • stosuje zależność między kątem środkowym i kątem wpisanym opartym na tym samym łuku; • stosuje zależność między kątami wpisanymi w ten sam okrąg opartymi na równych łukach; • stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą; • przeprowadza dowody twierdzeń o kątach w okręgu; • stosuje wzory na długość łuku okręgu i pole wycinka koła.
<ul style="list-style-type: none"> • <i>Okrąg opisany na trójkącie i okrąg wpisany w trójkąt</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt; • przekształca wzory na pole trójkąta i udowadnia je.
<ul style="list-style-type: none"> • <i>Czworokąty wypukłe</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności kątów i przekątnych czworokątów wypukłych do rozwiązywania zadań z planimetrii.
<ul style="list-style-type: none"> • <i>Okrąg opisany na czworokącie i okrąg wpisany w czworokąt</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje i udowadnia twierdzenia dotyczące czworokątów wpisanych w okrąg i czworokątów opisanych na okręgu.
<ul style="list-style-type: none"> • <i>Twierdzenie sinusów i cosinusów</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i cosinusów; • przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i cosinusów.

ZAKRES PODSTAWOWY I ROZSZERZONY

Klasa III (150 h)

Hasła programowe	Wymagania szczegółowe. Uczeń:
I. Trygonometria	
<ul style="list-style-type: none"> Kąt obrotu 	<ul style="list-style-type: none"> zaznacza w układzie współrzędnych kąt o danej mierze; wyznacza kąt, mając dany punkt należący do jego końcowego ramienia, i odwrotnie – bada, czy punkt należy do końcowego ramienia danego kąta.
<ul style="list-style-type: none"> Miara łukowa kąta 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje miarę łukową kąta; zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie.
<ul style="list-style-type: none"> Definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta 	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach lub radianach (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego).
<ul style="list-style-type: none"> Funkcje okresowe 	<ul style="list-style-type: none"> odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu; szkicuje wykres funkcji okresowej; stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości.
<ul style="list-style-type: none"> Wykresy funkcji trygonometrycznych 	<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji trygonometrycznych; posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania równań i nierówności; wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych.
<ul style="list-style-type: none"> Tożsamości trygonometryczne 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje zależności między funkcjami trygonometrycznymi: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta.

<ul style="list-style-type: none"> • Sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, w tym do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne (również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych); • stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego argumentu; • wyprowadza wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów.
<ul style="list-style-type: none"> • Wzory redukcyjne 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych kątów o różnych miarach; • wykorzystuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń oraz do udowadniania tożsamości trygonometrycznych.
<ul style="list-style-type: none"> • Równania i nierówności trygonometryczne 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne (stosując poznane wzory).
II. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej	
<ul style="list-style-type: none"> • Odległość punktów w układzie współrzędnych 	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych; • stosuje wzór na odległość punktów podczas rozwiązywania zadań.
<ul style="list-style-type: none"> • Środek odcinka 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza współrzędne środka odcinka w układzie współrzędnych; • stosuje wzór na współrzędne środka odcinka podczas rozwiązywania zadań.
<ul style="list-style-type: none"> • Odległość punktu od prostej 	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza odległość punktu od prostej; • stosuje wzór na odległość punktu od prostej przy rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej.
<ul style="list-style-type: none"> • Równanie okręgu 	<ul style="list-style-type: none"> • posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ oraz opisuje koła za pomocą nierówności; • stosuje równanie okręgu w postaci ogólnej.
<ul style="list-style-type: none"> • Wzajemne położenie prostej i okręgu 	<ul style="list-style-type: none"> • określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach; • wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu; • wyznacza równanie prostej stycznej do okręgu.

<ul style="list-style-type: none"> Wzajemne położenie dwóch okręgów 	<ul style="list-style-type: none"> wyznacza punkty wspólne dwóch okręgów; korzysta z własności okręgów stycznych podczas rozwiązywania zadań.
<ul style="list-style-type: none"> Symetrie w układzie współrzędnych 	<ul style="list-style-type: none"> znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu.
<ul style="list-style-type: none"> Wektory 	<ul style="list-style-type: none"> dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez liczbę (również w ujęciu geometrycznym); interpretuje geometrycznie działania na wektorach; stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji.
III. Ciągi	
<ul style="list-style-type: none"> Pojęcie ciągu 	<ul style="list-style-type: none"> wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów; wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie; szkicuje wykres ciągu; wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym.
<ul style="list-style-type: none"> Monotoniczność ciągu 	<ul style="list-style-type: none"> bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji; wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym.
<ul style="list-style-type: none"> Ciągi określone rekurencyjnie 	<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym.
<ul style="list-style-type: none"> Ciąg arytmetyczny 	<ul style="list-style-type: none"> bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny; stosuje i udowadnia wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.
<ul style="list-style-type: none"> Ciąg geometryczny 	<ul style="list-style-type: none"> bada, czy dany ciąg jest geometryczny; stosuje i udowadnia wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; stosuje ciąg geometryczny w zadaniach dotyczących procentu składanego, również osadzonych w kontekście praktycznym, m.in. do wyznaczenia zysków z lokat, kosztów kredytów.

<ul style="list-style-type: none"> • Granica ciągu 	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach; • korzysta z twierdzenia o trzech ciągach do obliczania granic ciągów; • rozpoznaje ciągi rozbieżne.
<ul style="list-style-type: none"> • Szereg geometryczny 	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje szeregi geometryczne zbieżne; • stosuje warunek zbieżności do obliczania sum szeregów geometrycznych; • udowadnia wzór skróconego mnożenia na $a^n - b^n$.
IV. Optymalizacja i rachunek różniczkowy	
<ul style="list-style-type: none"> • Granica funkcji 	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice funkcji w punkcie i w nieskończoności; • oblicza granice jednostronne; • korzysta z twierdzeń o działaniach na granicach.
<ul style="list-style-type: none"> • Ciągłość funkcji 	<ul style="list-style-type: none"> • bada ciągłość funkcji w punkcie; • korzysta z własności funkcji ciągłych, w tym z własności Darboux.
<ul style="list-style-type: none"> • Pochodna funkcji 	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pochodne funkcji potęgowych o wykładniku rzeczywistym; • oblicza pochodne funkcji, korzystając z twierdzeń o pochodnych sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji; • oblicza pochodną funkcji złożonej; • korzysta z geometrycznej i fizycznej interpretacji pochodnej; • korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji; • znajduje ekstrema funkcji; • bada przebieg zmienności i szkicuje wykresy funkcji; • stosuje pochodną do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych.

V. Statystyka	
<ul style="list-style-type: none"> Średnia arytmetyczna, mediana i dominanta 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę; wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę i dominantę podczas rozwiązywania zadań.
<ul style="list-style-type: none"> Średnia ważona, odchylenie standardowe 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych.
<ul style="list-style-type: none"> Skala centylowa 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje skalę centylową.

ZAKRES PODSTAWOWY I ROZSZERZONY

Klasa IV (168 h)

Hasła programowe	Wymagania szczegółowe. Uczeń:
I. Kombinatoryka	
<ul style="list-style-type: none"> Reguła mnożenia, reguła dodawania 	<ul style="list-style-type: none"> zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania.
<ul style="list-style-type: none"> Permutacje, wariacje bez powtórzeń i z powtórzeniami, kombinacje 	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji bez powtórzeń i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych.
<ul style="list-style-type: none"> Wzór dwumianowy Newtona i trójkąt Pascala 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności trójkąta Pascala i symbolu Newtona; uzasadnia z zastosowaniem symbolu Newtona własności dotyczące tożsamości kombinatorycznych; stosuje i udowadnia wzory $(a + b)^n$, $(a - b)^n$.
II. Rachunek prawdopodobieństwa	
<ul style="list-style-type: none"> Klasyczna definicja prawdopodobieństwa 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza prawdopodobieństwo, stosując definicję klasyczną prawdopodobieństwa.
<ul style="list-style-type: none"> Własności prawdopodobieństwa 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego; stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń; stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń.
<ul style="list-style-type: none"> Prawdopodobieństwo warunkowe 	<ul style="list-style-type: none"> oblicza prawdopodobieństwo warunkowe.
<ul style="list-style-type: none"> Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym i wzór Bayesa 	<ul style="list-style-type: none"> korzysta z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym podczas rozwiązywania zadań; stosuje wzór Bayesa podczas rozwiązywania zadań.
<ul style="list-style-type: none"> Schemat Bernoullego 	<ul style="list-style-type: none"> stosuje schemat Bernoullego podczas rozwiązywania zadań;

<ul style="list-style-type: none"> • Wartość oczekiwana 	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość oczekiwaną, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach.
III. Stereometria	
<ul style="list-style-type: none"> • Proste i płaszczyzny w przestrzeni 	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się. • wskazuje w wielościanach proste prostopadłe, równoległe i skośne; • wskazuje w wielościanach rzut prostokątny danego odcinka.
<ul style="list-style-type: none"> • Graniastosłupy 	<ul style="list-style-type: none"> • sporządza rysunek graniastosłupa wraz z oznaczeniami; • oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa.
<ul style="list-style-type: none"> • Ostrosłupy 	<ul style="list-style-type: none"> • sporządza rysunek ostrosłupa wraz z oznaczeniami; • oblicza pole powierzchni i objętości ostrosłupów.
<ul style="list-style-type: none"> • Kąt między prostą a płaszczyzną, kąt dwuścienny 	<ul style="list-style-type: none"> • posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego; • rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.), oblicza miary tych kątów; • rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów; • rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów; • stosuje twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny oraz o trzech prostych prostopadłych; • przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny oraz twierdzenia o trzech prostych prostopadłych.
<ul style="list-style-type: none"> • Przekroje wielościanów 	<ul style="list-style-type: none"> • określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną; • wyznacza przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych płaszczyznami;

	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola przekroju, również z zastosowaniem trygonometrii.
<ul style="list-style-type: none"> • Bryły obrotowe 	<ul style="list-style-type: none"> • oblicza pola powierzchni i objętości brył obrotowych; • wskazuje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów.
<ul style="list-style-type: none"> • Bryły podobne 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje zależność między objętościami brył podobnych.
<ul style="list-style-type: none"> • Zastosowania trygonometrii w stereometrii 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych.
<ul style="list-style-type: none"> • Zagadnienia optymalizacyjne 	<ul style="list-style-type: none"> • stosuje pochodną funkcji do zadań optymalizacyjnych ze stereometrii.

Propozycja metod kontroli i oceny osiągnięć

Systematyczne ocenianie efektów pracy zarówno ucznia, jak i nauczyciela jest koniecznym oraz nieodłącznym elementem każdego programu szkolnego, mającego przynosić zaplanowane i oczekiwane wyniki. Każda szkoła, zależnie od realiów, w których funkcjonuje, musi jednak najpierw odpowiedzieć sobie na pytanie, jakich wyników się spodziewa. Odpowiedzi te w przypadku szkół pracujących w zupełnie odmiennych warunkach regionalnych i środowiskowych mogą być diametralnie różne. Proponowana koncepcja zakłada ujednoczenie szkolnej metody prezentacji oceny śródrocznego oraz statutowe przyznanie nauczycielom wolności wyboru sposobu oceniania śródsemestralnego.

W proponowanej koncepcji zakłada się, że uczeń poddawany jest ocenianiu trojakiemu: systemowemu, szkolnemu i nauczycielskiemu. Wszystkie te trzy rodzaje oceniania są ze sobą powiązane i sobie podporządkowane.

- Ocenianie systemowe jest niezależne od szkoły. Zewnętrzny system oceniania wyznacza jednak cele pracy z uczniem, gdyż oczekuje się od niego zdawania różnego rodzaju egzaminów stanowiących przepustkę do szkół wyższych szczebli. Praca szkoły jest postrzegana przez wyniki uczniów na egzaminach. Zależnie od tego, czy i w jakim stopniu dana dziedzina jest obecna na obowiązujących aktualnie egzaminach zewnętrznych, ocenianiu systemowemu podporządkowane są w mniejszym lub większym stopniu dwa pozostałe rodzaje oceniania.
- Ocenianie szkolne sytuuje się pomiędzy ocenianiem nauczycielskim a systemowym. Ma na celu przygotowanie ucznia do oceniania zewnętrznego, a jednocześnie jest syntezą stosowanych w szkole nauczycielskich metod oceniania i wpływa na każdy nauczycielski system wystawiania ocen. Wykorzystuje przyjęte w szkole sposoby informowania rodziców i uczniów o wynikach nauki oraz metody szkolnego analizowania i porównywania wyników uczniów, zmierzające do jak najlepszej prognozy wyników oceniania zewnętrznego.
- Ocenianie nauczycielskie odbywa się w klasie lub grupie szkolnej według reguł ustalonych przez nauczyciela na podstawie jego pomysłów i wiedzy.

Cele oceniania nauczycielskiego

Cel I. Informowanie

Ocena nauczycielska jest przede wszystkim informacją formułowaną na potrzeby: ucznia, rodziców, nauczyciela, szkoły oraz systemu edukacji. Komunikat kierowany do ucznia musi być dla niego zrozumiały. Postępy każdego ucznia muszą być na bieżąco i w sposób jasny dokumentowane dla szkoły (m.in. na wypadek zmiany nauczyciela, zastępstw itp.) jako instytucji odpowiedzialnej za jego kształcenie. Swoje wymogi ma też system edukacji. W przypadku zmiany szkoły przez ucznia ważne jest przekazanie odpisu jego arkusza ocen.

Cel II. Motywowanie

Uczniowie powinni być motywowani przede wszystkim poprzez nagradzanie i wspieranie. Najbardziej skuteczną jest motywacja pozytywna i ona powinna dominować. Warto wykorzystywać wszelkie pomysły na zachęcenie uczniów do nauki. Trzeba mieć też świadomość, że poza jasnymi i precyzyjnymi kryteriami na odbiór oceny mają także wpływ jej formy niewerbalne i symboliczne. Sam komunikat słowny, w zależności od tonu głosu, spojrzenia i gestu nauczyciela, może być przez ucznia bardzo różnie odebrany. Nauczyciel musi zwracać uwagę na indywidualną wrażliwość uczniów, na ostrzejszy ton czy gest. Uczeń częściej bowiem odbiera nauczyciela poprzez gesty niż słowa i przekazywane uczniom komunikaty mogą czasem mieć skutki odwrotne od zamierzonych.

Cel III. Diagnozowanie specjalnych potrzeb edukacyjnych

W każdej szkole bardzo ważne jest wyłowienie uczniów o specjalnych potrzebach edukacyjnych (np. z dysleksją, dysgrafią, wadami wymowy). Im wcześniej zostanie to wychwycone, tym lepiej dla ich możliwości rozwojowych. Trzeba pamiętać, że rozpoczęcie terapii ma sens nawet wobec uczniów szkoły ponadpodstawowej, np. z dysgrafią, u których wcześniej ten problem zaniedbano.

Ważnym aspektem pracy w szkole ponadpodstawowej jest rozpoznanie potrzeb związanych z uzdolnieniami i dążeniami uczniów. Uczniowie przygotowujący się do olimpiad przedmiotowych zasługują na zajęcia dodatkowe pomagające im rozwinąć się w wybranym kierunku. Bardzo ważne jest traktowanie ucznia wybitnie zdolnego i ponadprzeciętnego jako jednostki o specjalnych potrzebach edukacyjnych.

Każdy nauczyciel w ramach swojej pracy jest w stanie i powinien poświęcać uwagę zarówno uczniom mającym trudności, jak i ponadprzeciętnie uzdolnionym. Dla jednych i drugich można przygotowywać ćwiczenia dodatkowe wychodzące naprzeciw ich potrzebom. Diagnozowanie tych potrzeb może odbywać się także dzięki sprawdzianom.

Cel IV. Przygotowanie do sytuacji egzaminacyjnej

Do najważniejszego, z punktu widzenia ucznia, oceniania dochodzi w trakcie sytuacji egzaminacyjnej. Obecnie, po zakończeniu każdego rodzaju szkoły, czeka ucznia egzamin. Dlatego warto w czasie trwania nauki organizować sytuacje zbliżone do egzaminacyjnej, aby oswoić uczniów z tym, co ich czeka. Oczywiście w wypadku przedmiotów niesprawdzanych na egzaminach nie jest to konieczne, a jeżeli już tak się dzieje, ma to mniejszy wpływ na ocenianie nauczycielskie. Przedmioty, z których wiadomości są przydatne na egzaminach, na ogół uznawane są w szkole za ważniejsze. Jeśli grupa uczniów przygotowuje się do egzaminu z jakiegoś przedmiotu, praca nauczyciela, w miarę

jak egzamin się zbliża, powinna się coraz bardziej na nim koncentrować. Jest to zupełnie naturalne, jeśli szkoła i nauczyciele wychodzą z założenia, że ich celem jest pomóc uczniom w pokonywaniu kolejnych progów edukacji oraz zapewnienie każdemu szansy jak najlepszego dalszego rozwoju. Dobrze zdane egzaminy dają bowiem możliwość wyboru uczelni, na której uczeń chciałby kontynuować naukę, a wymarzony przez ucznia kierunek studiów to szansa na satysfakcjonujący zawód i pracę w przyszłości.

Cel V. Wdrażanie do realnej samooceny

Z punktu widzenia przyjętej koncepcji edukacyjnej najważniejsze wydaje się kształtowanie uczniowskiej umiejętności samooceny. Ważne jest również wykształcenie u uczniów systematyczności, odpowiedzialności i samokontroli. Wymagania szkoły powinny być tak określone, by uczeń wiedział, że tego właśnie się od niego oczekuje. Jednak najwyższym stopniem dojrzałości emocjonalnej ucznia – z punktu widzenia szkolnego procesu oceniania – jest umiejętność samooceny: świadomość własnych możliwości i prognoza ich rozwoju. Ocenianiu możliwości i predyspozycji ucznia służą wszelkie działania niesformalizowane, takie jak rozmowy z pedagogiem szkolnym, wychowawcą klasy i pozostałymi nauczycielami. Szkolny system oceniania powinien służyć wdrażaniu uczniów do realnej samooceny. O ostatecznym osiągnięciu tego celu świadczą trafny, zgodny z możliwościami i zainteresowaniami wybór przedmiotów maturalnych oraz samodzielne, odpowiedzialne i skuteczne przygotowywanie się ucznia do egzaminów.

Propozycja systemu nauczycielskiego oceniania za pomocą stopni

1. Obowiązująca skala ocen: od 1 do 6.
2. Ocenie stopniami od 1 do 6 podlegają:
 - krótkie sprawdziany – mogą być niezapowiedziane, z 2–3 ostatnich tematów, 6–8 sprawdzianów w trakcie półrocza;
 - prace klasowe – zapowiedziane, 2–3 prace w półroczu; ocenę niedostateczną z pracy klasowej można poprawić w trakcie konsultacji, w ciągu dwóch tygodni po otrzymaniu stopnia. Jeżeli uczeń nie pisał pracy klasowej, powinien napisać ją po powrocie do szkoły, w trakcie konsultacji, w ustalonym terminie.

Można przyjąć następujący system przeliczania na ocenę punktów uzyskanych z pracy:

Procent maksymalnej liczby punktów możliwych do uzyskania	Ocena
mniej niż 40%	1
40-49%	2
50-74%	3
75-89%	4
90-99%	5
100% + punkty za zadanie dodatkowe	6

3. W czasie semestru stawiane mogą być również plusy i minusy. Trzy plusy dają ocenę bardzo dobrą, trzy minusy – ocenę niedostateczną. Plusami i minusami oceniane mogą być:

- praca ucznia na lekcji – wypowiedzi ustne, aktywność i zaangażowanie, wyróżniająca się wypowiedź (plus), kompletny brak zaangażowania, niewykonywanie poleceń (minus);
- prace domowe – wyróżniająca się wykonanie zadania domowego (plus), brak pracy domowej (minus);
- prowadzenie zeszytu (zeszyt jest kontrolowany 2-3 razy w trakcie semestru) – wyjątkowo dobrze prowadzony zeszyt (plus), brak zeszytu na lekcji (minus);
- zadania dodatkowe – bardzo dobre wykonanie (plus).

4. Na podstawie otrzymanych w trakcie semestru stopni wystawiana jest łączna ocena za cały semestr.

Zadaniem każdego nauczyciela jest opracowanie na początku roku szkolnego Przedmiotowego Systemu Oceniania zgodnego z Wewnątrzszkolnym Systemem Oceniania. Obydwa dokumenty powinny uwzględniać specyfikę szkoły, środowisko uczniów, profil klasy itp. Szczegółowe zasady oceniania wewnątrzszkolnego określa statut szkoły, z uwzględnieniem przepisów zawartych w Ustawie o systemie oświaty (Dz.U. z 2018 r., poz. 1457) oraz rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej z dnia 3 sierpnia 2017 r. w sprawie oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy w szkołach publicznych (Dz.U. z 2017 r., poz. 1534).

W następnej sekcji zaprezentowano katalog osiągnięć koniecznych absolwenta liceum/technikum – dla zakresu podstawowego oraz zakresu podstawowego i rozszerzonego.

Osiągnięcia konieczne absolwenta szkoły liceum/technikum

Zakres podstawowy

Uczeń powinien znać następujące pojęcia, własności i algorytmy:

- w klasie I dotyczące: liczb rzeczywistych, przedziałów liczbowych, funkcji, funkcji liniowej i funkcji kwadratowej, równań i nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi, równoległości i prostopadłości prostych, wielokątów podobnych, twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do niego;
- w klasie II dotyczące: równań i nierówności kwadratowych, układów równań z dwiema niewiadomymi, z których jedno jest drugiego stopnia, równań wielomianowych i wymiernych, trójkątów prostokątnych, funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, kątów wpisanego i środkowego opartych na tym samym łuku, okręgu opisanego na trójkącie i wpisanego w trójkąt, twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów;
- w klasie III dotyczące: funkcji wykładniczej i logarytmicznej, ciągów arytmetycznego i geometrycznego, stycznej do okręgu i okręgów stycznych, odległości między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej oraz współrzędnych środka odcinka, symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych, wektorów w układzie współrzędnych, statystyki i skali centylowej;
- w klasie IV dotyczące: kombinatoryki, rachunku prawdopodobieństwa i stereometrii.

Uczeń powinien umieć posługiwać się ww. pojęciami, własnościami i algorytmami, a ponadto:

- stosować posiadaną wiedzę do rozwiązywania zadań praktycznych, np.:
 - korzystać z procentów w zadaniach związanych z podatkami, ubezpieczeniami, inflacją, lokatami bankowymi, kredytami itp.,
 - dokonywać obliczeń miarowych: obwodów, pól, objętości, również w sytuacjach praktycznych,
 - odczytywać i analizować informacje z tabel, diagramów i wykresów, wyznaczać i interpretować liczby charakteryzujące zestawy danych;
- dobrać odpowiedni model matematyczny czy algorytm do prostej sytuacji problemowej z uwzględnieniem pewnych ograniczeń i zastrzeżeń oraz krytycznie ocenić uzyskane wyniki;
- stosować definicje i twierdzenia w rozwiązywaniu problemów;
- przeprowadzić proste rozumowanie, dobierając argumenty potwierdzające jego poprawność;
- wykorzystywać w różnych sytuacjach urządzenia techniczne, takie jak: kalkulator, kalkulator graficzny, komputer.

Zakres podstawowy i rozszerzony

Uczeń powinien znać następujące pojęcia, własności i algorytmy:

- w klasie I dotyczące: liczb rzeczywistych, przedziałów liczbowych, funkcji, funkcji liniowej i funkcji kwadratowej, równań i nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi, równań i nierówności kwadratowych, wielokątów podobnych, twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do niego, równoległości i prostopadłości prostych, wektorów;
- w klasie II dotyczące: wzorów Viète'a, wielomianów, równań wielomianowych, wyrażeń wymiernych, równań wymiernych, funkcji wykładniczych i funkcji logarytmicznych, układów równań drugiego stopnia z dwiema niewiadomymi, kątów w okręgu, okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt, czworokątów wpisanych w okrąg i czworokątów opisanych na okręgu, twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów;
- w klasie III dotyczące: funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta i zmiennej rzeczywistej, ciągów arytmetycznego i geometrycznego, granicy ciągu, szeregu geometrycznego, granicy ciągów, ciągłości i pochodnej funkcji, odległości między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej oraz współrzędnych środka odcinka, symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych, wektorów w układzie współrzędnych, równania okręgu, wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz dwóch okręgów, statystyki i skali centylowej;
- w klasie IV dotyczące: kombinatoryki, wzoru dwumianowego Newtona, trójkąta Pascala, prawdopodobieństwa i stereometrii.

Uczeń powinien umieć posługiwać się ww. pojęciami, własnościami i algorytmami, a ponadto:

- posługiwać się pojęciami, własnościami i algorytmami dotyczącymi: liczb rzeczywistych, przedziałów liczbowych, funkcji, równań, nierówności i układów równań, ciągów, prawdopodobieństwa i figur geometrycznych wynikających z treści programu w zakresie rozszerzonym;
- stosować posiadaną wiedzę do rozwiązywania zadań praktycznych, np.:
 - korzystać z procentów w zadaniach związanych z podatkami, ubezpieczeniami, inflacją, lokatami bankowymi, kredytami itp.,
 - dokonywać obliczeń miarowych: obwodów, pól, objętości i przybliżać wyniki z zadaną dokładnością,
 - odczytywać i analizować informacje z tabel, diagramów i wykresów, wyznaczać i interpretować liczby charakteryzujące zestawy danych;

- formułować zależności, wyciągać wnioski i uzasadniać ich prawdziwość;
- dobrać odpowiedni model matematyczny czy algorytm do sytuacji problemowej i weryfikować uzyskane wyniki;
- stosować definicje i twierdzenia w rozwiązywaniu problemów;
- argumentować i przeprowadzać rozumowanie dedukcyjne oraz uzasadniać jego poprawność;
- wykorzystywać w różnych sytuacjach takie urządzenia techniczne, jak kalkulator, kalkulator graficzny, komputer.

Ramowy rozkład materiału w liceum

Zakres podstawowy

KLASA I (90 h)

1. Liczby rzeczywiste	15
2. Język matematyki	17
3. Układy równań	14
4. Funkcje	14
5. Funkcja liniowa	15
6. Planimetria	10
7. Funkcja kwadratowa	5

KLASA II (120 h)

1. Funkcja kwadratowa	28
2. Wielomiany	25
3. Funkcja wymierna	20
4. Planimetria	24
5. Trygonometria	23

KLASA III (90 h)

1. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne	22
2. Geometria analityczna	25
3. Ciągi	25
4. Statystyka	13
Godziny do dyspozycji nauczyciela	5

KLASA IV (112 h)

1. Kombinatoryka	9
2. Rachunek prawdopodobieństwa	14
3. Graniastosłupy i ostrosłupy	16
4. Bryły obrotowe	11
5. Dowody w algebrze i geometrii	13
Godziny do dyspozycji nauczyciela	49

Zakres podstawowy i rozszerzony

KLASA I (120 h)

1. Liczby rzeczywiste	18
2. Język matematyki	20
3. Układy równań	14
4. Funkcje	21
5. Funkcja liniowa	19
6. Planimetria	12
7. Funkcja kwadratowa	16

KLASA II (150 h)

1. Zastosowania funkcji kwadratowej	26
2. Wielomiany	26
3. Funkcje wymierne	25
4. Trygonometria	20
5. Planimetria	27
6. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne	26

KLASA III (150 h)

1. Funkcje trygonometryczne	30
2. Geometria analityczna	20
3. Ciągi	30
4. Granica i ciągłość funkcji	15
5. Rachunek pochodnych	25
6. Statystyka	10
Godziny do dyspozycji nauczyciela	20

KLASA IV (168 h)

1. Kombinatoryka	12
2. Rachunek prawdopodobieństwa	22
3. Graniastosłupy i ostrosłupy	24
4. Bryły obrotowe	22
5. Dowody w algebrze i geometrii	13
Godziny do dyspozycji nauczyciela	75

Ramowy rozkład materiału w technikum

Zakres podstawowy

KLASA I (60 h)

1. Liczby rzeczywiste	14
2. Język matematyki	17
3. Układy równań	14
4. Funkcje	15

KLASA II (90 h)

1. Funkcja liniowa	15
2. Planimetria	22
3. Funkcja kwadratowa	30
4. Wielomiany	23

KLASA III (90 h)

1. Trygonometria	21
2. Planimetria	15
3. Funkcja wymierna	22
4. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne	22
Godziny do dyspozycji nauczyciela	10

KLASA IV (90 h)

1. Geometria analityczna	20
2. Ciągi	24

3. Statystyka	13
4. Kombinatoryka	10
5. Rachunek prawdopodobieństwa	23

KLASA V (84 h)

1. Graniastosłupy i ostrosłupy	16
2. Bryły obrotowe	11
3. Dowody w algebrze i geometrii	13
Godziny do dyspozycji nauczyciela	44

Zakres podstawowy i rozszerzony

KLASA I (90 h)

1. Liczby rzeczywiste	16
2. Język matematyki	20
3. Układy równań	14
4. Funkcje	21
5. Funkcja liniowa	19

KLASA II (120 h)

1. Planimetria	14
2. Funkcja kwadratowa	37
3. Wielomiany	25
4. Funkcje wymierne	24
5. Trygonometria	20

KLASA III (120 h)

1. Planimetria	23
2. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne	25
3. Funkcje trygonometryczne	32
4. Geometria analityczna	20
5. Statystyka	10
Godziny do dyspozycji nauczyciela	10

KLASA IV (120 h)

1. Ciągi	30
2. Granica i ciągłość funkcji	15
3. Rachunek pochodnych	24
4. Kombinatoryka	12
5. Rachunek prawdopodobieństwa	22
Godziny do dyspozycji nauczyciela	17

KLASA V (140 h)

1. Graniastosłupy i ostrosłupy	24
2. Bryły obrotowe	22
3. Dowody w algebrze i geometrii	14
Godziny do dyspozycji nauczyciela	80