

Czas rozwiązywania: 100 minut.

Zadanie 1: (6 pkt.)

Dane są zbiory:

$$A = \{x \in \mathbb{N}: |3x - 5| < \frac{41}{2}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R}: x^3 - 2x^2 - 9x + 18 = 0\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \setminus \{2\}: x^2 - 6x + 5 \leq 0\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R}: |x - 2| = 1\}$$

Wykazać, że $(A \cup B) \cap C = D$.

Zadanie 2: (5 pkt.)

Dany jest kwadrat ABCD o boku a. Z wierzchołków A i B zakreślono wewnątrz kwadratu łuki okręgów o promieniu a. Oblicz pole figury ograniczonej bokiem AB i łukami okręgów.

Zadanie 3: (6 pkt.)

Wyznacz te wartości parametru $m \in \mathbb{R}$, dla których para liczb (x, y) spełniająca układ równań

$$\begin{cases} x + y = m \\ 3x - 2y = 2m - 1 \end{cases}$$

jest rozwiązaniem nierówności: $|x| + |y| \leq 1$.

Zadanie 4: (5 pkt.)

W trójkąt równoboczny o boku a wpisano trzy okręgi styczne do siebie przy czym każdy z nich jest styczny do dwóch boków trójkąta. Okręgi te mają promienie tej samej długości. Wyznacz długość promienia tych okręgów.

Zadanie 5: (5 pkt.)

Trapez o bokach długości a, a, a, 2a podzielono na trapezy prostokątne przystające w sposób pokazany na rysunku. Oblicz obwód i pole trapezu prostokątnego.

