

Drugi Regionalny Konkurs Matematyczny
klas III szkół średnich

etap szkolny 14 marca 2002 r.
czas rozwiązywania 90 minut

Zadanie 1. (5 pkt.)

Dany jest szereg geometryczny $1 + (2 - \log_2 x) + (2 - \log_2 x)^2 + \dots$

- a) Dla jakich wartości $x \in \mathbb{R}$ szereg ten jest zbieżny?
- b) Wyznacz zbiór, jaki tworzą wszystkie sumy szeregu

Zadanie 2. (5 pkt.)

Wyznacz zbiór wartości parametru p , dla których równanie $1 - \cos 2x = p(1 - \sin x)$ ma rozwiązanie.

Zadanie 3. (7 pkt)

Funkcja $y = f(m)$ przyporządkowuje każdej wartości parametru $m \in \mathbb{R}$ liczbę pierwiastków równania $(m+2) \cdot 2^{2x-1} - m \cdot 2^{x+1} + m = 0$. Naszkicuj wykres tej funkcji.

Zadanie 4. (6 pkt)

Udowodnij, że jeżeli k, m, n oraz x są liczbami dodatnimi, różnymi od jedności i

$\log_k x, \log_m x, \log_n x$ są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego, to $n^2 = (k \cdot n)^{\log_k m}$

Zadanie 5. (5 pkt)

Na płaszczyźnie współrzędnych zaznacz zbiór punktów, których współrzędne spełniają równanie $\sin(x+y) = 0$.