

III Regionalny Konkurs Matematyczny dla klas III

13 lutego 2003r.
Etap szkolny
Czas trwania 2 godziny

Zadanie 1.

Przeprowadź dyskusję istnienia i liczby rozwiązań układu równań:

$$\begin{cases} (\sin \alpha - 1)x + y = 1 \\ (-2 \sin \alpha)x + (2 \sin \alpha + 1)y = \sin \alpha \end{cases}$$

z niewiadomymi x, y w zależności od wartości parametru $\alpha \in (0, 2\pi)$. Dla jakich wartości $\alpha \in (0, 2\pi)$ rozwiązaniem układu jest para liczb ujemnych?

Zadanie 2.

Wyznacz punkt C należący do prostej $y = x - 2$, o tej własności, że pole trójkąta, którego wierzchołkami są punkty $A = (2, 0)$, $B = (5, 2)$ i C jest większe od 2 i jednocześnie mniejsze lub równe 3.

Zadanie 3.

Sporządź wykres funkcji $f(x) = |\sin 2x + \cos 2x|$ i na tej podstawie rozwiąż nierówność

$$|\sin 2x + \cos 2x| \geq 1 \text{ dla } 0 \leq x \leq \pi.$$

Zadanie 4.

Dane są zbiory :

$$A = \{x \in R : x^5 - 4x^3 - 8x^2 + 32 \geq 0\}$$

$$B = \{x \in R : \log_{0,1}(4 - x^2) > \log_{0,1}(6x - 3)\}$$

$$C = \{x \in R : (\sqrt{2 + \sqrt{3}})^x + (\sqrt{2 - \sqrt{3}})^x < 4\}$$

Wyznacz zbiór $(A \setminus B) \cap C$.

Zadanie 5.

Dane są funkcje $f_1(x) = 5^{2x} + 2^{2x}$, $f_2(x) = 5^{x-4} + 2^{x+2}$ $x \in R$. Rozwiąż nierówność

$$f_2(x+2) \geq f_1\left(\frac{1}{2}x\right).$$

Powodzenia !!!

- Zadania są punktowane w skali od 0 do 5 punktów