

Granica, ciągłość i pochodna funkcji

Zad. 1

Oblicz: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} + x}{x - \sqrt{x}}$

Zad. 2

Zbadaj, czy istnieje granica funkcji $f(x) = \frac{1}{x-3}$ w punkcie $x=3$.

Zad. 3

Zbadaj ciągłość funkcji $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & \text{dla } x \leq -1 \\ x & \\ -x^2 + 1 & \text{dla } x > -1 \end{cases}$

Zad. 4

Wyznacz pochodną funkcji $f(x) = \sqrt{2x} + \frac{1}{\sqrt{2x}}$

Zad. 5

Napisz równanie stycznej do wykresu funkcji $y = x^2 - 5x + 6$ przechodzącej przez punkt $P(2,0)$. Sporządź rysunek.

Zad. 6

Wyznacz przedziały monotoniczności i ekstrema funkcji $f(x) = 4x^2 - x^4$.

Zad. 7

Wyznacz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = \frac{-x}{x^2 + 1}$ w przedziale $\langle 0, 2 \rangle$.

Zad. 8

Liczbę 8 przedstaw w postaci sumy dwóch składników tak, aby suma ich kwadratów była najmniejsza.

Zad. 9

Pojemność blaszanej puszki w kształcie walca ma 1 litr. Jak dobrać jej wymiary, aby zużyć jak najmniej blachy?